

## МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Научная статья

УДК 51

[https://doi.org/10.14258/izvasu\(2026\)4-06](https://doi.org/10.14258/izvasu(2026)4-06)

### Математические исследования в журнале «Известия Алтайского государственного университета», 1996–2026 гг.

Денис Юрьевич Козлов<sup>1</sup>, Николай Михайлович Оскорбин<sup>2</sup>,  
Александр Алексеевич Папин<sup>3</sup>, Елена Владимировна Понькина<sup>4</sup>,  
Евгений Дмитриевич Родионов<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия, kozlov@math.asu.ru

<sup>2</sup>Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия, osk46@mail.ru

<sup>3</sup>Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия, papin@math.asu.ru

<sup>4</sup>Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия, ponkina@math.asu.ru

<sup>5</sup>Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия, edr2002@mail.ru

## MATHEMATICS AND MECHANICS

Original article

### Mathematical Research Studies in the "Izvestiya of Altai State University» Journal, 1996–2026

Denis Yu. Kozlov<sup>1</sup>, Nikolay M. Oskorbin<sup>2</sup>, Alexander A. Papin<sup>3</sup>,  
Elena V. Ponkina<sup>4</sup>, Evgeny D. Rodionov<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Altai State University, Barnaul, Russia, kozlov@math.asu.ru

<sup>2</sup>Altai State University, Barnaul, Russia, osk46@mail.ru

<sup>3</sup>Altai State University, Barnaul, Russia, papin@math.asu.ru

<sup>4</sup>Altai State University, Barnaul, Russia, ponkina@math.asu.ru

<sup>5</sup>Altai State University, Barnaul, Russia, edr2002@mail.ru

**Аннотация.** Великий русский ученый Н.И. Лобачевский говорил: «Математика — это язык, на котором говорят все точные науки». В рамках этой парадигмы математика представляет собой основу фундаментальных исследований в естественных и гуманитарных науках.

В настоящем обзоре приводятся результаты исследований в различных областях фундаментальной и прикладной математики: теории многообразий Эйнштейна, потоков и солитонов Риччи, теории структур на многообразиях, результаты о строении локально конформно однородных (псевдо)римановых многообразий. Кроме того, приводятся последние результаты от применения методов математического моделирования в биологии и генетике: моделировании кольцевых генных сетей, а также результаты исследований

**Abstract.** The great Russian scientist N.I. Lobachevsky said that "Mathematics is the language spoken by all the exact sciences". Within this paradigm, mathematics forms the basis of fundamental research in the natural sciences and humanities.

This review presents research results in various areas of fundamental and applied mathematics: the theory of Einstein manifolds, Ricci flows and solitons, the theory of structures on manifolds, and results on the structure of locally conformally homogeneous (pseudo)Riemannian manifolds. Furthermore, it presents the latest results from the application of mathematical modeling methods in biology and genetics: modeling of ring gene networks, as well as research results on differential equations, equations of mathematical physics, fluid mechanics, gas and plasma mechanics, and computational mathematics.

по дифференциальным уравнениям, уравнениям математической физики, механики жидкости, газа и плазмы, вычислительной математике.

Дан анализ публикаций по информатике и компьютерному моделированию по следующим научным направлениям: информационные технологии и системы, математическое и компьютерное моделирование природных, экономических и социальных процессов, численные методы и интервальный анализ, искусственный интеллект и нейронные сети, обработка изображений и геоинформационные системы, теоретико-игровое моделирование.

**Ключевые слова:** математика, геометрия и топология, дифференциальные уравнения, механика жидкости, газа и плазмы, вычислительная математика, информатика, подготовка кадров высшей квалификации

**Для цитирования:** Козлов Д.Ю., Оскорбин Н.М., Папин А.А., Понькина Е.В., Родионов Е.Д. Математические исследования в журнале «Известия Алтайского государственного университета», 1996–2026 гг. // Известия Алтайского государственного университета. 2026. № 4 (150). С. 52–62. [https://doi.org/10.14258/izvasu\(2026\)4-06](https://doi.org/10.14258/izvasu(2026)4-06).

### 1. Роль журнала в развитии научных исследований по математике и информатике и в подготовке кадров высшей квалификации

С 1996 по 2026 гг. в журнале «Известия Алтайского государственного университета» опубликовано 749 статей по фундаментальной и прикладной математике. В данных работах исследован ряд сложных задач чистой и прикладной математики, определены новые направления исследований. Приведем часть результатов.

— Изучен обширный класс инвариантных «золотых» структур на однородных обобщенных симметрических пространствах. Получено полное описание всех канонических «золотых» структур на однородных  $k$ -симметричных пространствах. Доказано, что все они инвариантны как относительно действующей группы Ли, так и относительно обобщенных симметрий порядка  $k$  однородных  $k$ -симметрических пространств (Балащенко В.В. Золотое сечение, аффинорные структуры и обобщенные симметрические пространства // Известия АлтГУ, № 4, 2019. Работа поддержана грантом Государственной программы научных исследований Республики Беларусь «Конвергенция-2020», подпрограмма «Методы математического моделирования сложных систем». Научный руководитель — Балащенко В.В.).

— Исследованы динамические системы, моделирующие функционирование кольцевых генных сетей, в которых скорость изменения концентрации любого вещества зависит монотонно от концентрации вещества, предшествующего данному. Получены условия

An analysis of publications on informatics and computer modeling in the following scientific fields is presented: information technologies and systems, mathematical and computer modeling of natural, economic, and social processes, numerical methods and interval analysis, artificial intelligence and neural networks, image processing and geoinformation systems, and game-theoretic modeling.

**Keywords:** mathematics, geometry and topology, differential equations, fluid, gas and plasma mechanics, computational mathematics, computer science, training of highly qualified personnel

**For citation:** Kozlov D.Yu., Oskorbin N.M., Papin A.A., Ponkina E.V., Rodionov E.D. Mathematical Research Studies in the "Izvestiya of Altai State University" Journal, 1996–2026. *Izvestiya of Altai State University*. 2026. No 4 (150). P. 52–62. (In Russ.). [https://doi.org/10.14258/izvasu\(2026\)4-06](https://doi.org/10.14258/izvasu(2026)4-06).

единственности цикла в фазовом портрете блочно-линейной динамической системы типа Еловица — Лейблера, моделирующей функционирование простейшей кольцевой генной сети. Рассмотрены трехмерные блочно-линейные динамические системы, моделирующие два класса кольцевых генных сетей (Голубятников В.П., Градов В.С. Геометрия и топология фазовых портретов интегрируемых блочно-линейных динамических систем // Известия АлтГУ, № 1, 2019; Кириллова Н.Е., Минушкина Л.С. О дискретизации фазовых портретов динамических систем // Известия АлтГУ, № 4, 2019. Работа поддержана грантом РФФИ, № 18-01-00057 и программой фундаментальных научных исследований СО РАН № 1.1.5., проект № 0314-2018-0011. Научный руководитель — Голубятников В.П.)

— В терминах теории метрических алгебр Ли, элементов теории представлений, теории однородных пространств удалось решить часть проблем теории однородных римановых многообразий с метрикой Эйнштейна, поставленных А. Бессе. Классифицированы инвариантные эйнштейновы метрики на обобщенных симметрических пространствах. Изучены односвязные компактные стандартные однородные эйнштейновы многообразия с группой голономии  $SO(n)$  (Никоноров Ю.Г. Об инвариантных эйнштейновых метриках на обобщенных симметрических пространствах // Известия АлтГУ, № 1, 1997; Родионов Е.Д. Односвязные компактные стандартные однородные эйнштейновы многообразия с группой голономии  $SO(n)$  // Известия АлтГУ, № 1, 1999).

— Исследовано с единой точки зрения киллингово и конформно-киллингово векторное поле. Вводится понятие локально конформно однородного пространства, что позволяет перенести известные результаты W. Ambrose, I.M. Singer, F. Tricerri, L. Vanhecke, O. Kowalski для локально однородных пространств на локально-конформно однородные. Изучен класс локально конформно однородных (псевдо)римановых многообразий. В римановом случае доказана серия теорем об их строении. Установлено, что строение таких пространств зависит от поведения тензора Вейля. В классе метрик, конформно эквивалентных метрике прямого риманова произведения многообразий, решена гипотеза Г. Хопфа о существовании метрики положительной секционной кривизны (Вайгант В.А., Славский В.В. О конформном классе стандартной метрики на произведении  $S^2 \times S^2$  // Известия АлтГУ, № 1, 1999; Родионов Е.Д., Славский В.В. Локально конформно однородные римановы пространства // Известия АлтГУ, № 1, 2001).

— Исследован вопрос о существовании паракэлеровых и параэрмитовых структур на шестимерных неразрешимых алгебрах Ли, являющихся полупрямыми произведениями. Представлен способ для нахождения паракэлеровых структур, основанный на деформациях некоторой начальной паракэлеровой структуры. Вычислены характеристики кривизны. Рассмотрены геометрические структуры на симплектических однородных пространствах восьми несимплектических 6-мерных нильпотентных групп Ли. Показано, что инвариантные комплексные или паракомплексные структуры существуют в шести случаях из восьми. Доказано, что инвариантные метрики на рассматриваемых однородных пространствах существуют только в четырех из восьми случаев (Смоленцев Н.К., Соколова А.Ю. Паракэлеровы и параэрмитовы структуры на шестимерных неразрешимых алгебрах Ли // Известия АлтГУ, № 4, 2023; Смоленцев Н.К., Чернова К.В. Симплектические однородные пространства шестимерных нильпотентных несимплектических групп Ли // Известия АлтГУ, № 4, 2025).

Авторами статей из журнала «Известия Алтайского государственного университета» выиграно более 30 грантов российских и международных научных фондов (лично и в составе научной группы) для проведения научных исследований в области фундаментальной и прикладной математики.

Публикации в журнале входят в список ВАК, рекомендованных для защиты кандидатских и докторских диссертаций, и играют важную роль в подготовке кадров высшей квалификации для регионов России. Более 50 авторов успешно защитили кандидатские и докторские диссертации по фундаментальной и прикладной математике в диссертационных советах при ведущих университетах РФ

и НИИ РАН: Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирский государственный университет, Томский государственный университет, Алтайский государственный университет и др.

Журнал «Известия Алтайского государственного университета» за 30 лет внес существенный вклад в развитие информатики, вычислительной математики и компьютерного моделирования в России. Он стал признанной площадкой для публикации результатов фундаментальных и прикладных исследований, объединяющей ученых из разных регионов и стран. Особую роль журнал сыграл в поддержке молодых исследователей Сибири и в подготовке кадров высшей квалификации.

Роль журнала в развитии научных исследований по математике, механике и информатике в подготовке кадров высшей квалификации, формировании научной среды значительна и продолжает возрастать. Редакционная коллегия надеется, что журнал сохранит и приумножит традиции высокого научного уровня, оставаясь в авангарде математических исследований в развитии цифровой трансформации науки и образования.

## 2. Исследования по геометрии и топологии

Первые статьи по геометрии и топологии в журнале «Известия Алтайского государственного университета» появились уже в 1996 г., а сейчас в журнале опубликовано 125 статей по различным разделам геометрии и топологии, а также их приложениям.

Все исследования в представленных статьях проводились в соответствии с Эрлангенской программой Ф. Клейна, согласно которой существует два подхода в исследованиях по геометрии и топологии: полевой подход Б. Римана, при котором изучаются тензорные поля на многообразиях, и групповой подход Ф. Клейна, в рамках которого исследуются инварианты действия групп преобразований на многообразиях.

В журнале были опубликованы работы следующих геометров и топологов.

Н.А. Абиев (Институт математики НАН Киргизии, Бишкек, 2019); В.В. Балащенко (Белорусский государственный университет, 2019, 2022, 2023, 2024); Р.А. Богданова, В.А. Кыров (Горно-Алтайский государственный университет, 2019); В.А. Вайгант (Боннский университет, Германия, 1997, 1999); А.А. Волкова (Кемеровский государственный университет, 2024); Д.С. Воронов (Алтайский государственный педагогический университет, 2010); Д.В. Вылегжанин (Белорусский государственный университет, 2021, 2022); С.В. Галаев, Е.А. Кокин (Саратовский государственный университет, 2023);

М.Е. Гнедко (Алтайский государственный университет, 2022, 2025); В.П. Голубятников, В.С. Градов (Институт математики СО РАН, НГУ, 2019); Д.С. Григорьев (Алтайский государственный университет, 2025, 2026); П.Н. Клепиков (Алтайский государственный университет, 2014–2019, 2021–2024); К.О. Кизбикенов, А.А. Попов, Алтайский государственный педагогический университет, 2013); Н.Е. Кириллова, Л.С. Минушкина (Институт математики СО РАН, НГУ, 2019); С.В. Клепикова (Алтайский государственный университет, 2015–2020); Е.С. Корнев (Кемеровский государственный университет, 2024, 2026); М.В. Куркина (Югорский государственный университет, 2018, 2023, 2025); А.М. Ломшаков (Алтайский государственный педагогический университет, 2001); М.А. Львова (Алтайский государственный педагогический университет, 2012); Л.В. Львова (Алтайский государственный педагогический университет, 2011); Ю.Н. Мальцев, Е.П. Петров (Алтайский государственный педагогический университет, 2020–2022); О.Ю. Матукевич (Алтайский государственный университет, 2001); Т.П. Махаева (Алтайский государственный педагогический университет, 2020); А.С. Монастырева (Алтайский государственный университет, 2020, 2021); Ю.Г. Никоноров (Южный математический институт РАН, 1997, 1999); Д.Н. Оскорбин (Московский физико-технический институт, 1998, 2012, 2013, 2015–2019, 2022, 2024–2026); И.В. Поликанова (Алтайский государственный педагогический университет, 1999, 2017, 2018, 2020, 2010–2026); И.В. Пономарев (Алтайский государственный университет, 2012); Е.Д. Родионов (Алтайский государственный университет, 1997, 2001, 2010–2026); А.Н. Саженов (Алтайский государственный университет, 2010); В.В. Славский (Югорский государственный университет, 1998, 1999, 2001, 2010–2012, 2014, 2020); Н.К. Смоленцев (Кемеровский государственный университет, 2023–2025); А.Ю. Соколова (Кемеровский государственный университет, 2023); О.П. Хромова (Алтайский государственный университет, 2011–2025); К.В. Чернова (Кемеровский государственный университет, 2025); М.А. Чешкова (Алтайский государственный университет, 1996, 1998–2008, 2010, 2012–2019, 2021); И.В. Эрнст (Масариков университет, Брно, Чехия, 2017, 2018, 2019) и другие.

В результате проведенных исследований авторам статей, опубликованных в журнале, удалось решить ряд трудных и сложных задач дифференциальной геометрии и топологии. Кратко можно выделить следующие наиболее важные результаты.

— Найден спектр оператора секционной кривизны многообразий с конформно (полу)плоской римановой метрикой, исследован спектр оператора секционной кривизны трехмерных локально однородных римановых многообразий. Изучен спектр операторов кривизны конформно плоских римановых мет-

рик, его изменение в случае конформных деформаций исходной метрики. В случае конформно плоских метрических групп Ли получены структурные теоремы о строении спектра операторов кривизны, решения изоспектральной задачи (Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д., Хромова О.П. О вычислении спектра оператора кривизны конформно (полу)плоских римановых метрик // Известия АлтГУ, № 1/2, 2013. Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ (грант НШ-921.2012.1 «Геометрический анализ на метрических структурах»). Научные руководители — Решетняк Ю.Г., Водопьянов С.К.; Клепикова С.В., Родионов Е.Д., Хромова О.П. Об операторах кривизны метрических групп Ли // Известия АлтГУ, № 1, 2016. Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 16-01-00336А, Минобрнауки РФ (код проекта: 1148). Научный руководитель — Родионов Е.Д.).

— Исследованы инвариантные тензорные поля на четырехмерных группах Ли с левоинвариантной римановой метрикой. Изучены вещественные четырехмерные неунимодулярные разложимые группы Ли с левоинвариантной римановой метрикой и гармоническим тензором Вейля. Разработаны методы, которые позволяют свести задачу к решению системы полиномиальных уравнений в алгебрах Ли. С помощью дальнейшего исследования подобных систем методами дифференциальной геометрии, математического анализа и компьютерной алгебры получена полная классификация вещественных четырехмерных неунимодулярных разложимых алгебр Ли, группы Ли которых наделены левоинвариантной римановой метрикой с гармоническим тензором Вейля (Родионов Е.Д., Славский В.В., Хромова О.П. О гармоничности тензора Вейля левоинвариантных римановых метрик на четырехмерных неунимодулярных разложимых группах Ли // Известия АлтГУ, № 1/1, 2014. Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ (грант НШ-2263.2014.1). Научный руководитель — Решетняк Ю.Г., мегагранта РФ для поддержки ведущих ученых (соглашение 14.B25.31.0029). Научный руководитель — Аграчев А.А.; Минобрнауки РФ (проект: 1148). Научный руководитель — Родионов Е.Д.).

— С помощью обобщенных базисов Дж. Милнора, а также техники базисов Гребнера для решения систем нелинейных уравнений получена полная классификация инвариантных солитонов Риччи на четырехмерных метрических группах Ли, что является существенным дополнением к результатам Х. Лауре о четырехмерных солитонах Риччи. В дополнение к результатам L.F. Di Cerbo дан ответ на вопрос о существовании нетривиальных инвариантных солитонов Риччи на четырехмерных неунимодулярных

группах Ли с левоинвариантной римановой метрикой (Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Построение обобщенных базисов Милнора некоторых четырехмерных метрических алгебр Ли // Известия АлтГУ, № 1/1, 2015; Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Однородные инвариантные солитоны Риччи на четырехмерных группах Ли // Известия АлтГУ, № 1/2, 2015. Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ (грант НШ-2263.2014.1). Научный руководитель — Решетняк Ю.Г.; Правительства РФ (госконтракт № 14. В25.31.0029). Научный руководитель — Аграчев А.А.; Минобрнауки РФ (код проекта: 1148). Научный руководитель — Родионов Е.Д.).

— Исследованы конформно плоские алгебраические солитоны Риччи на метрических группах Ли. Доказана теорема о том, что все алгебраические солитоны Риччи на конформно плоских метрических группах Ли с диагонализруемым оператором Риччи являются тривиальными, а также теорема о строении алгебраических солитонов Риччи на метрических группах Ли с гармоническим тензором Вейля произвольной размерности.

С применением обобщенных алгебр Гейзенберга построены новые примеры конформно плоских нетривиальных алгебраических солитонов Риччи на конечномерных группах Ли с псевдоримановой метрикой. В результате получено описание однородных инвариантных и алгебраических солитонов Риччи в случае конформно плоских метрических групп Ли произвольной размерности, что позволило дать ответ на часть проблем теории однородных солитонов Риччи, поставленных ранее М. Яблонским, Г. Кальварузо, Х. Лауре (Клепиков П.Н., Родионов Е.Д. Алгебраические солитоны Риччи на метрических группах Ли с недиагонализруемым оператором Риччи // Известия АлтГУ, № 1, 2017; Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Конформно плоские солитоны Риччи на группах Ли с левоинвариантной (псевдо)римановой метрикой // Известия АлтГУ, № 1, 2016. Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты: № 16-01-00336А, № 16-31-00048мол\_а), Минобрнауки РФ (код проекта: 1148). Научные руководители — Родионов Е.Д., Пономарев И.В.).

— Доказана серия теорем о строении солитонов Риччи и векторных полей Киллинга на лоренцевых  $k$ -симметрических пространствах. Обнаружена связь между решениями уравнения солитона Риччи и алгебрами Ли векторных полей Киллинга, а также конформно киллинговых векторных полей. Получены новые результаты о конформно киллинговых векторных полях на 2-симметрических лоренцевых пространствах, установлена их связь с солитонами Риччи для этих классов псевдоримановых многообразий. Кроме того, установлено, что конформный множитель в конформном уравнении Киллинга на 2-симметрическом неразложимом лоренцевом многообра-

зии существенно зависит от поведения тензора Вейля. В случае если тензор Вейля нетривиален, конформный множитель постоянен, а в случае его тривиальности удалось построить нетривиальные примеры конформно киллинговых векторных полей с переменным конформным множителем. Данная группа результатов имеет существенное значение для задач (псевдо)римановой геометрии, такого ее важного подраздела, как теория  $k$ -симметрических псевдоримановых пространств, а также для решения задач теоретической физики (Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д., Эрнст И.В. О солитонах Риччи на 2-симметрических четырехмерных лоренцевых многообразиях // Известия АлтГУ, № 1, 2016; Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д., Эрнст И.В. О солитонах Риччи на 2-симметрических лоренцевых многообразиях // Известия АлтГУ, № 1, 2017; Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д., Эрнст И.В. О солитонах Риччи на 3-симметрических лоренцевых многообразиях // Известия АлтГУ, № 1, 2018. Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты: № 16-01-00336А, № 16-31-00048мол\_а), Минобрнауки РФ (код проекта: 1148). Научные руководители — Родионов Е.Д., Пономарев И.В.).

— Исследованы операторы кривизны, секционная кривизна, а также уравнения Эйнштейна и солитона Риччи на локально однородных (псевдо)римановых пространствах с полусимметрической метрической связностью Э. Картана.

Получена серия теорем о строении метрик Эйнштейна, инвариантных солитонов Риччи и потоков Риччи на трехмерных локально однородных (псевдо)римановых многообразиях с нетривиальной полусимметрической метрической связностью. Решена гипотеза Л. Цербо в случае полусимметрических связностей, а также в случае лоренцевых метрик со связностью Леви-Чивиты. Кроме того, получена полная классификация инвариантных солитонов Риччи на трехмерных локально однородных (псевдо)римановых многообразиях с полусимметрической связностью (Родионов Е.Д., Славский В.В., Хромова О.П. О секционной кривизне метрических связностей с векторным кручением // Известия АлтГУ, № 1, 2020. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант: № 1831-00033 мол\_а). Научный руководитель — Клепиков П.Н.; Балащенко В.В., Клепиков П.Н., Родионов Е.Д., Хромова О.П. О гипотезе Цербо на группах Ли с левоинвариантной лоренцевой метрикой // Известия АлтГУ, № 1, 2022; Хромова О.П., Балащенко В.В. О симметрических потоках Риччи полусимметрических связностей на трехмерных метрических группах Ли // Известия АлтГУ, № 1, 2023. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 22-21-00111). Научный руководитель — Родионов Е.Д.; Балащенко В.В., Клепиков П.Н., Родионов Е.Д., Хромова О.П. Об однородных солитонах Риччи на трехмерных локально однородных

(псевдо)римановых пространствах с полусимметрической связностью // Известия АлтГУ, № 1, 2024).

— Исследованы операторы кривизны и спектр оператора Риччи на четырехмерных локально однородных (псевдо)римановых многообразиях, решена задача о существовании четырехмерных локально однородных римановых многообразий с предписанным оператором Риччи. Ранее О. Ковальский, С. Никшевич решили задачу о предписанных значениях спектра оператора Риччи на трехмерных метрических группах Ли, а также на трехмерных римановых локально однородных пространствах. Решение данной задачи в размерности четыре позволило завершить цикл работ многих математиков и решить проблему Дж. Милнора о предписанных значениях оператора Риччи на локально однородных римановых многообразиях с нетривиальной подгруппой изотропии до размерности 4 включительно (Клепиков П.Н., Родионов Е.Д. Собственные значения оператора Риччи четырехмерных локально однородных римановых многообразий с нетривиальной подгруппой изотропии // Известия АлтГУ, № 1, 2023. Работа выполнена при поддержке Математического Центра в Академгородке (соглашение с Минобрнауки РФ № 075-15-2022-282), а также при поддержке РФФИ (грант 22-21-00111). Научный руководитель — Родионов Е.Д.).

— С помощью обобщенных базисов Дж. Милнора получена полная классификация четырехмерных локально однородных псевдоримановых многообразий с нетривиальной подгруппой изотропии и изотропным тензором Вейля, а также с изотропным тензором Схоутена — Вейля (Клепикова С.В., Хромова О.П. Локально однородные псевдоримановы многообразия размерности 4 с изотропным тензором Вейля // Известия АлтГУ, № 1, 2018. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 16-01-00336А). Научный руководитель — Родионов Е.Д.; Клепиков П.Н., Клепикова С.В., Кизбикенов К.О., Эрнст И.В. Исследование четырехмерных локально однородных (псевдо)римановых многообразий с изотропным тензором Схоутена — Вейля // Известия АлтГУ, № 4, 2018. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 1831-00033 мол\_а); Клепикова С.В. Изотропный тензор Вейля на четырехмерных локально однородных псевдоримановых многообразиях // Известия АлтГУ, № 1, 2019. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант: № 18-31-00033 мол\_а). Научный руководитель — Клепиков П.Н.).

### 3. Исследования по вычислительной математике и информационным технологиям

С первого выпуска журнала отдельными разделами публиковались статьи по информатике, программированию, математическому моделированию и применению вычислительной техники. У истоков этого направления стояли профессора В.Л. Миронов (первый главный редактор), А.И. Камышников,

Н.М. Оскорбин, А.В. Максимов и другие. К настоящему моменту за прошедшие 30 лет опубликовано большое количество статей по информатике и смежным дисциплинам. Среди авторов — ученые ведущих университетов России (АлтГУ, АлтГТУ, НГУ, ТГУ, СПбГУ, МГУ, КемГУ и др.), институтов РАН и Сибирского отделения РАН, а также исследователи из стран ближнего и дальнего зарубежья.

Журнал активно публикует результаты, полученные при поддержке грантов РФФИ, РФФИ, государственных заданий, программ «Приоритет-2030» и региональных проектов. Значительная часть статей подготовлена молодыми учеными — аспирантами и соискателями, что свидетельствует о роли журнала в подготовке кадров высшей квалификации в области информатики и вычислительной математики, особенно для Алтайского края и Сибири.

Первый выпуск 1996 г. содержал работы, посвященные созданию единого информационного пространства научно-образовательных учреждений Алтай, системам мониторинга земель, концепции электронной карты как цифровой модели местности. Среди них — статья «Использование новых информационных технологий в высшем образовании, науке и культуре» (Миронов В.Л., Камышников А.И., Оскорбин Н.М., Максимов А.В., Овечкин Б.П., Юркин А.Г.), в которой рассматривались вопросы создания единого информационного пространства научно-образовательных и культурных учреждений Алтай и излагались основные принципы создания и информационного наполнения регионального WWW-сервера. В статье «Система информационных технологий мониторинга земель» (Поляков Ю.А.) были заложены научно-методические основы подхода информационного мониторинга земель на примере пятилетнего функционирования Алтайского института мониторинга земель и экосистем и реализации элементов мониторинга в Алтайском крае, Кемеровской области, Республике Алтай. Работа «Концепция электронной карты для WWW как цифровой модели местности с универсальным интерфейсом» (Жилин С.И., Оскорбин Н.М., Юшаков В.Н., Известия АлтГУ, № 1, 1996) предложила подход к созданию цифровых моделей местности для Web-среды.

В 1997–1998 гг. появились статьи по экспертным системам и искусственному интеллекту: «Реализация экспертных оболочек на основе продукционной системы представления знаний и семантической сети» (Зацепин П.М., Авцинов В.Б., Трошкин Д.Н., Известия АлтГУ, № 1, 1997), «Применение методов искусственного интеллекта в информационной системе диагностики производственно-финансовой деятельности предприятия» (Пятковский О.И., Рубцов Д.В., Бутаков С.В., Известия АлтГУ, № 1, 1998).

Отдельно отметим статью «Построение и анализ эмпирических зависимостей методом центра

неопределенности» (Оскорбин Н.М., Максимов А.В., Жилин С.И., Известия АлтГУ, № 1, 1998), в которой впервые дан теоретический анализ эффективного метода интервального анализа данных, впоследствии использованный в названиях ряда статей и книг других авторов.

Актуальными для науки и практики были статьи, в которых представлены тенденции цифровизации, новые информационные технологии, результаты численного моделирования природных, социальных процессов. Серии статей по выделенным направлениям исследований опубликовали Е.В. Данько (2012–2014, 2017, 2020, 2021), М.В. Досымова (2011, 2014, 2017), И.Н. Дубина (1996, 2010, 2011, 2021), Е.А. Жданова (2004, 2017, 2011), В.В. Журавлева (2001, 2008, 2008–2014, 2020, 2025), Е.В. Понькина (2001–2004, 2007–2014, 2026), Е.В. Пономарев (2014, 2018–2020, 2025), А.А. Шайдунов (2000, 2011, 2013, 2015, 2016), Л.А. Хворова (2005–2015, 2018, 2021–2024) и др.

Из приведенного выше описания исследований, опубликованных в разные годы, можно увидеть, что издавались статьи, посвященные современным и возникающим трендам развития компьютерных наук и эффективным вычислительным технологиям. Анализ содержания статей за три десятилетия позволяет проследить эволюцию цифровой трансформации науки и общества. Эти тенденции отражают и глобальные изменения — от зарождения локальных вычислительных сетей и первых Web-ресурсов до повсеместного использования искусственного интеллекта, больших данных и киберфизических систем. Проследим эволюцию публикуемых исследований по годам.

#### *1996–2000: Становление цифровой инфраструктуры и первые шаги информатизации*

В первых выпусках доминируют темы создания региональных корпоративных сетей и Web-серверов, разработки геоинформационных систем (ГИС) и цифровых моделей местности, автоматизации управления вузом: статьи «Мониторинг состояния земных покровов Алтая по данным ИСЗ NOAA» (Байкалова Т.В., Евтюшкин А.В., Жилин С.И., Юшаков В.Н., Известия АлтГУ, № 1, 1998), «Методы распознавания лесных ландшафтов на радарных и оптических космических изображениях» (Евтюшкин А.В., Казанцев К.В., Лукьяненко Д.Н., Известия АлтГУ, № 1, 2000), «Использование технологии Lotus Notes для разработки типовых дистанционных курсов» (Фролов Д.А., Максимов А.В., Известия АлтГУ, № 1, 1999), «Теоретические подходы к созданию информационной системы “Университет”» (Камышников А.И., Горлов Н.В., Известия АлтГУ, № 1, 1999), «Вопросы компьютеризации управленческой деятельности вуза» (Иванов Д.Н., Максимов А.В., Мягков Г.А., Неверов А.С., Известия АлтГУ, № 1, 1999).

Тогда же появляются первые экспертные системы и продукционные модели знаний, к концу 1990-х гг. выходят работы по распознаванию изображений (статья «Применение статистических методов обработки сигналов к анализу: цифровых видеоизображений аэрозольных шлейфов» (Дмитриев Б.Н., Суторихин И.А. Известия АлтГУ, № 1, 2000).

#### *2001–2010: Развитие интернет-технологий, баз данных и интеллектуальных систем*

Этот период отмечен взрывным ростом прикладных исследований: интернет-ориентированные системы: «Разработка WEB-ресурсов и пути их разрешения» (Попов Ф.А., Максимов А.В., Ануфриева Н.Ю., Мелехова О.Н., Известия АлтГУ, № 1, 2001), моделирование временных рядов: статья «О моделировании временного ряда линейной системой с пространством состояний» (Пушков С.Г., Известия АлтГУ, № 1, 2001), АРМ-ы: статья «Разработка автоматизированного рабочего места экономиста сельскохозяйственного предприятия „Экономист-аналитик“» (Понькина Е.В., Роговский Е.И., Суманосова М.А., Известия АлтГУ, № 1, 2001).

В 2000-е развиваются системы поддержки принятия решений: «Цели, задачи и принципы создания комплексных городских информационных систем» (Попов Ф.А., Максимов А.В., Известия АлтГУ, № 1, 2002).

Развиваются корпоративные информационные системы управления товарными потоками: статья «Информационная система анализа и управления товарными потоками в регионе» (Максимов А.В., Шляхова О.Б., Жигальцова Л.И., Кальмуцкий А.Л., Максимов А.А., Давыдов Е.С., Известия АлтГУ, № 1, 2002). Широко внедряются технологии баз данных: статья «Подходы к проектированию баз данных для автоматизированных систем» (Попов Ф.А., Максимов А.В., Известия АлтГУ, № 1, 2003). Появляются нейросетевые технологии в экономике и финансах: статья «Нейронные сети с самоорганизацией на основе конкуренции в экономике, бизнесе и финансах» (Чудова О.В., Славский В.В., Известия АлтГУ, № 1, 2005). ГИС для экологического и сельскохозяйственного мониторинга активно развиваются: статьи «Разработка геоинформационной системы состояния почв региона» (Лямкин В.А., Известия АлтГУ, № 1, 2003), «Разработка ГИС-модуля анализа состояния и динамики почвенного покрова земель сельскохозяйственного назначения» (Понькина Е.В., Жданов С.А., Известия АлтГУ, № 1, 2007).

В области экономического моделирования значительное число работ принадлежит Г.И. Алгазину, Е.В. Понькиной, А.С. Маничевой, Д.Г. Алгазиной. Модели рынков и конкурентного поведения: «Моделирование механизмов достижения равновесия рынка с посредником» (Алгазин Г.И., Известия АлтГУ, № 1,

2004), «Модели системного компромисса в исследовании структурных вариантов функционирования рынка промышленных товаров» (Алгазин Г.И., Алгазина Ю.Г., Известия АлтГУ, № 1, 2005), «Экономико-математическая модель государственного регулирования транспортных тарифов на агропродовольственном рынке» (Понькина Е.В., Борисова О.В., Маничева А.С., Известия АлтГУ, № 1/2, 2010), «Модель рассредоточенного рынка с барьерами на вход в условиях ограниченности производственных мощностей» (Понькина Е.В., Маничева А.С., Комаров П.В., Известия АлтГУ, № 1/2, 2013). Модели трудовых процессов и занятости: «Математические модели трудовых процессов» (Оскорбин Н.М., Машуков В.И., Лелетко В.И., Известия АлтГУ, № 1, 2008), «Моделирование численности вакансий на рынке труда Алтайского края» (Гуров А.В., Пономарев И.В., Известия АлтГУ, № 1, 2014).

Интервальный анализ становится ключевым методом обработки неопределенных данных. Этот метод развивался в работах С.И. Жилина («Эксперименты по оцениванию параметров эмпирической зависимости методом наименьших квадратов и методом центра неопределенности», Известия АлтГУ, № 1, 2003), Н.Г. Сысоевой («Об одной программной реализации метода центра неопределенности», Известия АлтГУ, № 1, 2005), С.И. Суханова («Оценка точности растровой карты с использованием метода центра неопределенности», Известия АлтГУ, № 1/1, 2010).

Имитационное моделирование бизнес-процессов и производственных систем представлено статьями «Технология моделирования и реинжиниринга бизнес-процессов» (Банушкина Н.А., Известия АлтГУ, № 1, 2007) и «Обзор существующих программных средств имитационного моделирования при исследовании механизмов функционирования и управления производственными системами» (Михеева Т.В., Известия АлтГУ, № 1, 2009).

С середины 2000-х активно развиваются экспертные системы в медицине: статья «Управление качеством медицинских услуг как одна из основных функций медицинских информационных систем» (Ануфриева Н.Ю., Известия АлтГУ, № 1, 2003) и образовании: статья «Разработка экспертной системы для решения задач обучения» (Хворова Л.А., Каратаева В.В., Известия АлтГУ, № 1, 2005).

В течение этого десятилетия растет значимость информационной безопасности: статья «Алгебраический подход к оценке информационной безопасности» (Плетнев П.В., Левкин И.В., Известия АлтГУ, № 1, 2010).

*2011–2020: Эра больших данных, машинного обучения и облачных технологий*

Десятилетие отмечено переходом от отдельных алгоритмов к полноценным интеллектуальным ин-

формационным системам. Гибридные экспертные системы с нейросетевыми и нечетко-логическими компонентами представлены статьями «Разработка гибридной модели с нейросетевыми компонентами для решения задачи оценки качества услуг автосервисного предприятия» (Барышев Д.Д., Пятковский О.И., Известия АлтГУ, № 1, 2013), «Сравнительный анализ эффективности методов нечеткого моделирования (на примере решения задачи оценки профессиональных склонностей студентов)» (Гунер М.В., Пятковский О.И., Известия АлтГУ, № 1/1, 2015).

Технологии анализа данных получили существенное развитие — кластерный анализ: статья «К проблеме оцифровки кластерной переменной, согласованной с результатами post-hoc анализа» (Дронов С.В., Стрижов Н.Н., Известия АлтГУ, № 1/2, 2015). Методы регрессионного и кластерного анализа развиваются в работах И.В. Пономарева: «Действие группы преобразований на показатель качества регрессионной модели» (Известия АлтГУ, № 4, 2019), «Метод поиска экстремальных наблюдений в задаче нечеткой регрессии» (Пономарев И.В., Саженкова Т.В., Славский В.В., Известия АлтГУ, № 4, 2018).

Машинное обучение применяется для прогнозирования урожайности: статья «Прогнозирование урожайности зерновых культур: методы и расчеты» (Хворова Л.А., Гавриловская Н.В., Известия АлтГУ, № 1, 2008), «Построение статистической модели прогноза урожайности яровой пшеницы методом главных компонент» (Хворова Л.А., Гавриловская Н.В., Известия АлтГУ, № 1, 2009); диагностики заболеваний: статьи «Построение многокритериальной нейросетевой модели оптимизации в задачах диагностики заболеваний со слабо выраженной симптоматикой» (Шайдуров А.А., Известия АлтГУ, № 1/2, 2013), «Статистическая оценка возможности эмболизации венозного тромба» (Шайдуров А.А., Хорев Н.Г., Щербинин В.В., Акатов А.В., Неймарк М.И., Момот А.П., Известия АлтГУ, № 1, 2016), «Математическая модель анализа медицинских данных на основе соотношения ошибок первого и второго рода» (Шайдуров А.А., Известия АлтГУ, № 1/2, 2013) и «Построение классификационной модели онкологических заболеваний с применением методов искусственного интеллекта» (Шайдуров А.А., Бубликов А.С., Известия АлтГУ, № 1/2, 2015); классификации спутниковых снимков: статья «Классификация спутниковых изображений плоскими и многомодами методами анализа многомерных данных» (Суханов С.И., Жилин С.И., Известия АлтГУ, № 1, 2009). Облачные вычисления рассматриваются в статье «Перспективы использования технологий облачных вычислений в процессе реформирования системы здравоохранения» (Асташин М.Ю., Известия АлтГУ, № 1/1, 2011). Интервальные и вероятностные методы развиваются в работах «Интервальный эволюционный алгоритм поис-

ка глобального оптимума» (Панов Н.В., Шарый С.П., Известия АлтГУ, № 1/2, 2011) и «Примеры интервального анализа данных в задачах моделирования процессов» (Мадияров М.Н., Оскорбин Н.М., Суханов С.И., Известия АлтГУ, № 1, 2018).

В 2010–2020-е гг. появляются работы по созданию полигонов для оценки точности растровых карт и космических снимков высокого разрешения: «Создание полигона для оценки точности имеющихся растровых карт и космических снимков высокого разрешения» (Оскорбин Н.М., Суханов С.И., Известия АлтГУ, № 1/1, 2011), «Создание цифровой модели местности на основе космических снимков высокого разрешения» (Оскорбин Н.М., Суханов С.И., Известия АлтГУ, № 1/2, 2013).

В 2010-е гг. развиваются системы управления инвестиционными проектами: статьи «Модель оптимизации параметров n-этапной инвестиционной экспертизы» (Данько Е.В., Оскорбин Н.М., Известия АлтГУ, № 1/2, 2014) и «Оценка информационной полезности экспертизы инвестиционных проектов» (Данько Е.В., Оскорбин Н.М., Известия АлтГУ, № 1/1, 2012).

Журнал в это время стал площадкой для публикации моделей агроэкосистем. Цикл работ Л.А. Хворовой, А.Г. Топажа, Н.В. Гавриловской посвящен прогнозированию урожайности зерновых культур, азотфиксации, тепловому режиму почв. Среди них: «Математические модели в теории и практике точного земледелия» (Хворова Л.А., Известия АлтГУ, № 1/2, 2011), «Оптимизация процесса структурно-параметрической идентификации моделей продуктивности агроэкосистем» (Хворова Л.А., Известия АлтГУ, № 1/1, 2012), «Численное моделирование составляющих теплового режима почв Алтайского Приобья» (Хворова Л.А., Жариков А.В., Известия АлтГУ, № 1/2, 2013), «Адаптивная идентификация структуры динамических моделей продукционного процесса сельскохозяйственных растений» (Хворова Л.А., Гавриловская Н.В., Известия АлтГУ, № 1/2, 2010), «Информационно-прогностическая система сбора, обработки, анализа и обобщения агрометеорологической информации» (Хворова Л.А., Гавриловская Н.В., Известия АлтГУ, № 1/1, 2010), «Исследование математической модели производства биогаза из растительного сырья» (Топаж А.Г., Хворова Л.А., Жариков А.В., Баюк А.А., Известия АлтГУ, № 1, 2018).

Численные методы оптимизации представлены статьей «Исследование скорости сходимости некоторых алгоритмов блочного линейного программирования» (Жариков А.В., Известия АлтГУ, № 1/1, 2013).

*2021–2026: Искусственный интеллект,  
компьютерное зрение, биоинформатика  
и кибербезопасность*

На современном этапе журнал отражает лидирующие тренды: машинное, глубокое обучение

и нейросети для обработки изображений — статьи «Оптимизация кластерных разбиений с привлечением техники латентного анализа классов» (Дронов С.В., Известия АлтГУ, № 1, 2023), «Многомерное развертывание в случае предельно малого количества целей» (Дронов С.В., Известия АлтГУ, № 4, 2024), «Новый подход к квантификации результатов кластерного анализа» (Дронов С.В., Дударева Ю.А., Еськов С.Ю., Известия АлтГУ, № 4, 2025), «Применение технологий искусственного интеллекта и компьютерного зрения при решении задач автоматизации обработки и распознавания биологических объектов» (Панарин Р.Н., Соловьев А.А., Хворова Л.А., Известия АлтГУ, № 1, 2022), «Алгоритмы обработки изображений и распознавания объектов животного мира на фотоснимках фотовидеорегистраторов методами машинного обучения» (Ваганов А.В., Печененко К.С., Хворова Л.А., Известия АлтГУ, № 1, 2024).

Развивается тематическое моделирование текстов: «Машинные методы тематического моделирования коллекции учебных текстов на естественном языке» (Бабкина Н.С., Нугуманова А.Б., Оскорбин Н.М., Половикова О.Н., Смолякова Л.Л., Известия АлтГУ, № 1, 2020).

Генетические данные анализируются в статье «Автоматическая классификация генетических мутаций на основе методов машинного обучения» (Половикова О.Н., Маничева А.С., Шириев В.В., Известия АлтГУ, № 1, 2024).

Компьютерное зрение в робототехнике и стеганография представлены работами «Алгоритм численных расчетов перемещения группы роботов при выполнении транспортных миссий» (Мещеряков Р.В., Саломатин А.А., Сенчук Д.В., Известия АлтГУ, № 1, 2021) и «Вычислительные методы цифровой стеганографии» (Шустов С.А., Мещеряков Р.В., Известия АлтГУ, № 1, 2026).

А.Л. Резник и А.А. Соловьев (Институт автоматизации и электрометрии СО РАН) развивают методы субпиксельной реконструкции: «Алгоритмы повышения разрешения цифровых изображений по данным кругового сканирования» (Резник А.Л., Соловьев А.А., Известия АлтГУ, № 4, 2024), «Применение аналитических методов и инструментов компьютерной алгебры для расчета инвариантных характеристик случайных точечных изображений» (Резник А.Л., Соловьев А.А., Известия АлтГУ, № 1, 2025).

Появляются цифровые двойники и имитационное моделирование биосистем: статья «Имитационное моделирование процесса распространения вируса Varicella Zoster» (Козлов Д.Ю., Кульшин А.В., Передельская Е.А., Сафьянова Т.В., Хворова Л.А., Известия АлтГУ, № 1, 2023).

Онтологии и семантические технологии для цифровых образовательных пространств отражены в статье «Построение и визуализация онтологии обра-

зовательного курса для цифрового информационного пространства вуза» (Половикова О.Н., Ширяев В.В., Козлов Д.С., Известия АлтГУ, № 1, 2022), методы причинного вывода в статье «Сравнительный анализ методов оценки среднего причинного эффекта в регрессионном моделировании на основе синтетических выборок» (Боронкина А.П., Понькина Е.В., Адиканова С.С., Известия АлтГУ, № 1, 2026).

В 2020-е гг. появились работы по эллипсоидной аппроксимации решений интервальных систем линейных алгебраических уравнений: «Эллипсоидная аппроксимация множества решений интервальных систем линейных алгебраических уравнений» (Ергалиев Е.К., Мадияров М.Н., Оскорбин Н.М., Смолякова Л.Л., Известия АлтГУ, № 1/2, 2021), по согласованию баз данных: «Согласование базы данных в прикладном интервальном анализе» (Ергалиев Е.К., Мадияров М.Н., Оскорбин Н.М., Смолякова Л.Л., Известия АлтГУ, № 1, 2022), исследованию эффекта фильтрации: «Исследование эффекта фильтрации в задачах интервального анализа экспериментальных данных» (Оскорбин Н.М., Ергалиев Е.К., Смолякова Л.Л., Известия АлтГУ, № 1, 2025).

Г.И. Алгазин и его соавторы (Д.Г. Алгазина, Ю.Г. Алгазина, Н.М. Оскорбин) развили целое направление по анализу равновесий, распределению ролей, информационной рефлексии на конкурентных рынках. Первые работы: «О некоторых свойствах компромиссных решений» (Алгазин Г.И., Известия АлтГУ, № 1, 1999), «Базисные задачи товарных рынков с торговыми посредниками» (Алгазин Г.И., Алгазина Ю.Г., Известия АлтГУ, № 1, 2003). В 2010-е гг. публикуются статьи «Информационная рефлексия и информационное равновесие в базовых теоретико-игровых моделях

конкурентного рынка» (Алгазин Г.И., Известия АлтГУ, № 1/1, 2013), «Распределение ролей в базовых теоретико-игровых моделях» (Алгазин Г.И., Алгазина Д.Г., Известия АлтГУ, № 1, 2016), «Задачи и модель управления сетевым взаимодействием на конкурентном рынке» (Алгазина Д.Г., Алгазин Г.И., Оскорбин Н.М., Известия АлтГУ, № 1/1, 2015). В 2017–2018 гг. выходят статьи по динамике коллективного поведения: «Неравновесие по Штакельбергу и динамика коллективного поведения» (Алгазин Г.И., Алгазина Д.Г., Пятковский О.И., Известия АлтГУ, № 1, 2017), «Динамика рефлексивного коллективного поведения в модели олигополии с лидерами» (Алгазин Г.И., Алгазина Д.Г., Известия АлтГУ, № 1, 2018). В 2020-е гг. продолжаются сравнительные анализы итерационных процессов вычисления равновесий: «Сравнительный анализ итерационных процессов вычисления равновесий в моделях олигополии» (Алгазин Г.И., Алгазина Д.Г., Известия АлтГУ, № 1, 2020) и асимптотический консенсус: «Асимптотический консенсус в модели коллективного принятия решений на конкурентном рынке» (Алгазина Д.Г., Алгазина Ю.Г., Шаховалов Н.Н., Вдовкина Е.Г., Поддубнова С.А., Известия АлтГУ, № 1, 2025). Эти работы имеют как теоретическое, так и прикладное значение для моделирования рынков зерна, товаров, услуг. Данное направление исследований является актуальным для развития экономики Алтайского края.

О высоком авторитете журнала «Известия АлтГУ» свидетельствует также такой факт, как регулярные ссылки на вышедшие в нем публикации в ведущих специализированных журналах, в частности — в наиболее авторитетных научных изданиях по математике (см., например, [1—11]).

## Библиографический список

1. Berestovskii V.N., Nikonorov Yu.G. On the Geometry of Finite Homogeneous Subsets of Euclidean Spaces // *Surveys in Geometry II*. eds. A. Papadopoulos. Springer Cham: Switzerland. 2024. P. 305–335.
2. Балашенко В.В. Инвариантные f-структуры на естественно редутивных однородных пространствах // *Известия вузов. Математика*. 2008. № 4. С. 3–15.
3. Водопьянов С.К. Новые свойства операторов композиции в пространствах Соболева на римановых многообразиях // *Сибирский математический журнал*. 2025. Т. 66. № 4. С. 596–612.
4. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О гармонических тензорах на трехмерных группах Ли с левоинвариантной лоренцевой метрикой // *Вестник НГУ. Сер. матем., мех., информ.* 2012. Т. 12. № 1. С. 29–73.
5. Голубятников В.П., Минушкина Л.С. О единственности цикла в одной модели кольцевой генной сети // *Сибирский математический журнал*. 2022. Т. 63. № 1. С. 95–103.
6. Nikonorov Yu.G. On Geodesic Orbit Nilmanifolds // *Journal of Geometry and Physics*. 2024. Vol 203. No 105257. 12 p.
7. Reshetnyak Yu.G., Zalgaller V.A. On Rectifiable Curves, Additive Vector Functions, and the Minkowski Sum of Straight Line Segments // *Siberian Advances in Mathematics*. 2012. Vol. 9. P. 531–553.
8. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Локально конформно однородные псевдоримановы пространства // *Математические труды*. 2006. Т. 9. № 1. С. 130–168.
9. Смоленцев Н.К. О пространстве римановых метрик на симплектическом и контактном многообразиях // *Сибирский математический журнал*. 2001. Т. 42. № 6. С. 1402–1407.

10. Топоногов В.А. Теорема Чигера — Громолла для одного класса открытых римановых многообразий неотрицательной кривизны в интегральном смысле // Сибирский математический журнал. 1997. Т. 38. № 1. С. 208–216.

11. Баженов А.Н., Жилин С.И., Кумков С.И., Шарый С.П. Обработка и анализ интервальных данных. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2024. 356 с.

## References

1. Berestovskii V.N., Nikonorov Yu.G. On the Geometry of Finite Homogeneous Subsets of Euclidean Spaces. *Surveys in Geometry II*. eds. A. Papadopoulos. Springer Cham: Switzerland. 2024. P. 305–335.

2. Balashchenko V.V. Invariant f-Structures on Naturally Reductive Homogeneous Spaces. *Russian Mathematics*. 2008. Vol. 52. No 4. P. 1–12. (In Russ.).

3. Vodopyanov S.K. New Properties of Composition Operators in Sobolev Spaces on Riemannian Manifolds. *Siberian Mathematical Journal*. 2022. Vol. 66. No 4. P. 914–927. (In Russ.).

4. Gladunova O.P., Rodionov E.D., Slavskii V.V. Harmonic Tensors on Three-Dimensional Lie Groups with Left-Invariant Lorentz Metric. *Journal of Mathematical Sciences*. 2014. Vol. 198. No 5. P. 505–545. (In Russ.).

5. Golubyatnikov V.P., Minushkina L.S. On Uniqueness of a Cycle in One Circular Gene Network Model. *Siberian Mathematical Journal*. 2022. Vol. 63. No 1. P. 79–86. (In Russ.).

6. Nikonorov Yu.G. On Geodesic Orbit Nilmanifolds. *Journal of Geometry and Physics*. 2024. Vol. 203. No 105257. 12 p.

7. Reshetnyak Yu.G., Zalgaller V.A. On Rectifiable Curves, Additive Vector Functions, and the Minkowski Sum of Straight Line Segments. *Siberian Advances in Mathematics*. 2012. Vol. 9. P. 531–553.

8. Rodionov E.D., Slavskii V.V., Chibrikova L.N. Locally Conformally Homogeneous Pseudo-Riemannian Spaces. *Siberian Advances in Mathematics*. 2007. Vol. 17. No 3. P.186–212. (In Russ.).

9. Smolentsev N.K. On the space of Riemannian Metrics on Symplectic and Contact Manifolds. *Siberian Mathematical Journal*. 2001. Vol. 42. No 6. P. 1165–1169. (In Russ.).

10. Toponogov V.A. The Cheeger–Gromoll Theorem for a Class of Open Riemannian Manifolds of Nonnegative Curvature in the Integral Sense. *Siberian Mathematical Journal*. 1997. Vol. 38. No 1. P. 179–185. (In Russ.).

11. Bazhenov A.N., Zhilin S.I., Kumkov S.I., Shary S.P. Processing and Analysis of Interval Data. M.; Izhevsk: Institute of Computer Research, 2024. 356 p. (In Russ.).

## Информация об авторах

**Д.Ю. Козлов**, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой информатики, Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия;

**Н.М. Оскорбин**, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики, Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия;

**А.А. Папин**, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры дифференциальных уравнений, Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия;

**Е.В. Понькина**, кандидат технических наук, доцент, заведующая кафедрой теоретической кибернетики и прикладной математики, Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия;

**Е.Д. Родионов**, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математического анализа, Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия.

## Information about the authors

**D.Yu. Kozlov**, Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, Docent, Head of the Department of Informatics, Altai State University, Barnaul, Russia;

**N.M. Oskorbin**, Doctor of Sciences in Technology, Professor, Professor of the Department of Theoretical Cybernetics and Applied Mathematics, Altai State University, Barnaul, Russia;

**A.A. Papin**, Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Professor, Professor of the Department of Differential Equations, Altai State University, Barnaul, Russia;

**E.V. Ponkina**, Candidate of Sciences in Technology, Docent, Head of the Department of Theoretical Cybernetics and Applied Mathematics, Altai State University, Barnaul, Russia;

**E.D. Rodionov**, Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Professor, Professor of the Department of Mathematical Analysis, Altai State University, Barnaul, Russia.