

Известия Алтайского государственного университета. 2026. № 1 (147). С. 131–136.  
Izvestiya of Altai State University. 2026. No 1 (147). P. 131–136.

Научная статья

УДК 534.1+532.3+517.9

[https://doi.org/10.14258/izvasu\(2026\)1-19](https://doi.org/10.14258/izvasu(2026)1-19)

### **Влияние отколовшейся конечной ледовой пластины на колебания полубесконечного ледового покрова**

*Татьяна Андреевна Сибирякова<sup>1</sup>, Кристина Евгеньевна  
Найденова<sup>2</sup>, Константин Александрович Шишмарев<sup>3</sup>,  
Татьяна Ивановна Хабахпашева<sup>4</sup>*

<sup>1</sup>Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия,  
sibiriakova.tatiana@mail.ru

<sup>2</sup>Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия,  
kristina-akulova00@mail.ru

<sup>3</sup>Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия,  
shishmarev.k@mail.ru

<sup>4</sup>Институт гидродинамики им. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия,  
tkhab@ngs.ru

Original article

### **The Influence of a Broken-Off Finite Ice Plate on the Oscillations of a Semi-Infinite Ice Sheet**

*Tatyana A. Sibiryakova<sup>1</sup>, Kristina E. Naydenova<sup>2</sup>, Konstantin A. Shishmarev<sup>3</sup>,  
Tatyana I. Khabakhpasheva<sup>4</sup>*

<sup>1</sup>Altai State University, Barnaul, Russia, sibiriakova.tatiana@mail.ru

<sup>2</sup>Altai State University, Barnaul, Russia, kristina-akulova00@mail.ru

<sup>3</sup>Altai State University, Barnaul, Russia, shishmarev.k@mail.ru

<sup>4</sup>Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS, Novosibirsk, Russia, tkhab@ngs.ru

**Аннотация.** Рассматривается задача о совместных колебаниях свободной поверхности, конечной ледовой пластины и полубесконечного вязкоупругого ледового покрова. Задача решается в двумерной постановке в рамках линейной теории гидроупругости. Считается, что конечная пластина откололась от основной части ледового покрова и находится в непосредственной близости от него. Жидкость невязкая, несжимаемая и конечной глубины. Колебания системы могут быть вызваны как осцилляциями внешней нагрузки, расположенной на свободной поверхности вблизи ледового края отколовшейся пластины, так и набегающей волной. Задача решается с использованием вертикальных мод для описания потенциалов скорости течения жидкости, колебаний полубесконечного ледового покрова и нормальных мод для описания колебаний конечной пластины. Для поиска коэффициентов разложения на моды построенные потенциалы сращиваются на границах разделов областей со свободной поверхностью, конечной

**Abstract.** The problem of joint oscillations of a free surface, a finite ice plate, and a semi-infinite viscoelastic ice cover is considered. The problem is solved in a two-dimensional formulation within the linear theory of hydroelasticity. It is assumed that the finite plate has broken away from the main part of the ice cover and is located in close proximity to it. Ice viscosity is modeled within the framework of the Kelvin-Voigt model of a viscoelastic material. The fluid is inviscid, incompressible, and of finite depth. Oscillations of the system can be caused by both oscillations of an external load located on the free surface near the left edge of the broken away plate and an incoming wave. The problem is solved using vertical modes to describe the potentials of the fluid flow velocity, oscillations of the semi-infinite ice cover, and normal modes to describe oscillations of the finite plate. To find the coefficients of expansion into modes, the constructed potentials are merged at the interfaces of areas covered with the free surface, finite, and semi-infinite plates. The influence of the length and shape of the broken-off part

и полубесконечной пластинами. Исследовано влияние длины и формы отколовшейся части на основную полубесконечную часть ледового покрова.

**Ключевые слова:** ледовая пластина, гидроупругие волны, вязкость, вертикальные моды, нормальные моды, деформации, сращивание потенциалов

**Для цитирования:** Сибирякова Т.А., Найденова К.Е., Шишмарев К.А., Хабахпашева Т.И. Влияние отколовшейся конечной ледовой пластины на колебания полубесконечного ледового покрова // Известия Алтайского государственного университета. 2026. № 1 (147). С. 131–136. [https://doi.org/10.14258/izvasu\(2026\)1-19](https://doi.org/10.14258/izvasu(2026)1-19).

**Финансирование:** исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-71-01096, <https://rscf.ru/project/23-71-01096/>.

## Введение

С развитием полярных регионов большое значение приобретают исследования, посвященные изучению характеристик льда и способов его разрушения. Возникает необходимость в глубоком понимании механизмов возникновения колебаний и затухания волн в ледовых покровах. На затухание волн могут влиять характеристики льда, например, демпфирующий эффект оказывают пористость [1] или вязкость ледового покрова [2, 3].

Одним из способов разрушения ледового покрова является воздействие движущейся внешней нагрузки. Движущаяся нагрузка может генерировать изгибно-гравитационные волны, из-за которых ледяной покров деформируется и может получить структурные повреждения [4]. Задачи о движении внешней нагрузки в канале представлены в работах [5, 6]. Влияние внешней нагрузки на ледовый покров с трещиной рассмотрено в [7]. Сравнение результатов задачи о движении тела в жидкости вблизи ледового покрова с экспериментальными данными представлено в работе [8]. Было установлено влияние ледового покрова на взаимосвязь между вертикальными перемещениями покрова, критерием разрушения льда и скоростью движения подводного объекта. Методом мультипольных разложений в рамках линейной потенциальной теории была решена задача о движении сферы под ледовым покровом с неравномерным сжатием [9]. Подробно описаны зависимости прогибов ледового покрова от его толщины и характеристик движущегося тела. Исследовано нелинейное взаимодействие между жидкостью и плавающей пластиной [10]. Рассмотрены задачи о влиянии набегающей волны на массив плавающих пластин конечной длины [11, 12]. В случае с несколькими плавающими поверхностями наблюдается, что расстояние между пластинами

on the main, semi-infinite part of the ice cover is investigated.

**Keywords:** ice plate, hydroelastic waves, viscosity, vertical modes, normal mode method, strains, potentials matching

**For citation:** Sibiriyakova T.A., Naydenova K.E., Shishmarev K.A., Khabakhpasheva T.I. The Influence of a Broken-off Finite Ice Plate on the Oscillations of a Semi-Infinite Ice Sheet. *Izvestiya of Altai State University*. 2026. No 1 (147). P. 131–136. (In Russ.). [https://doi.org/10.14258/izvasu\(2026\)1-19](https://doi.org/10.14258/izvasu(2026)1-19).

**Funding:** the study is supported by the Russian Science Foundation grant No. 23-71-01096, <https://rscf.ru/project/23-71-01096/>.

оказывает более значительное влияние на волновое поле, чем их длина.

## 1. Постановка задачи

Исследуется задача о влиянии отколовшейся конечной вязкоупругой ледовой пластины переменной толщины на колебания полубесконечного ледового покрова. Колебания ледового покрова возникают в результате воздействия внешней нагрузки, находящейся на поверхности жидкости возле ледового покрова, или в результате набегающей волны. Амплитуда и частота внешних возмущений являются заданными величинами. Задача решается в двумерной постановке в декартовой системе координат. Лед занимает правую часть оси  $x$  и моделируется двумя тонкими упругими пластинами. Область при  $0 < x < l$  занимает пластина переменной толщины и конечной длины, вязкоупругая полубесконечная пластина постоянной толщины занимает область  $l < x < \infty$ . Слева от пластины находится свободная поверхность. В случае с набегающей волной как внешнего источника возмущений жидкость является неограниченной в отрицательном направлении оси  $x$ , а в случае с внешней нагрузкой жидкость ограничена вертикальной непроницаемой стенкой при  $x = -B$ . Пластины лежат на жидком основании глубины  $H$ , жидкость является невязкой и несжимаемой, а течение жидкости считается потенциальным. Новизной в данной постановке является моделирование отколовшейся части льда упругой пластиной переменной толщины. Задача формулируется в рамках линейной теории гидроупругости и разбивается на три подзадачи для поиска потенциалов скоростей течения жидкости под свободной поверхностью ( $i = 1$ ), под отколовшейся пластиной ( $i = 2$ ) и под полубесконечной пластиной ( $i = 3$ ). Схема задачи показана на рисунке 1.

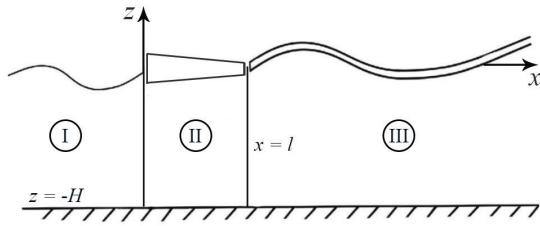


Рис. 1. Схема задачи

Задача решается в безразмерной постановке. Решение задачи строится в виде периодических по времени функций

$$w_{fp}(x, t) = Re[AW_{fp}(x)e^{-i\omega t}],$$

$$w_{ip}(x, t) = Re[AW_{ip}(x)e^{-i\omega t}],$$

где  $w_f$  — прогибы пластины переменной толщины,  $w_i$  — прогибы полубесконечной вязкоупругой пластины,  $A$  — масштаб прогибов,  $\omega$  — частота набегающей волны или осциллирующей внешней нагрузки. Потенциал скорости течения жидкости в соответствующей области представим в форме

$$\varphi_i = Re[-i\omega AH\Phi_i(x, z)e^{-i\omega t}], \quad i = 1, 2, 3.$$

Пусть  $h = H/L_{sc}$ ,  $L = l/L_{sc}$ , где  $H$  — толщина жидкого слоя,  $L_{sc}$  — масштаб длины. Потенциалы скорости течения жидкости всех областей удовлетворяют уравнению Лапласа

$$\Phi_{i,xx} + \Phi_{i,zz} = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (-h < z < 0).$$

В безразмерных переменных после деления на  $e^{-i\omega t}$  получим уравнения для нахождения прогибов упругих пластин для соответствующих областей. Система уравнений во второй области при  $0 < x < L$  имеет вид

$$(1 - \gamma m_{fp}(x))W_{fp} + \beta_{fp}(x)W_{fp,xxxx} = \gamma\Phi_2 \quad (z = 0),$$

$$W_{fp} = \Phi_{2,z} \quad (z = 0), \quad \Phi_{2,z} = 0 \quad (z = -h),$$

здесь  $m_{fp}(x) = \frac{h_{fp}(x)\rho_i}{\rho H}$ ,  $\rho_i$  — плотность льда,  $\rho$  — плотность жидкости,  $h_{fp}(x)$  — функция, задающая толщину отколовшейся пластины,  $\gamma = \frac{\omega^2 H}{g}$ ,  $\beta_{fp}(x) = \frac{Eh_{fp}^3(x)}{12(1-\nu^2)}$ ,  $E$  — модель Юнга,  $\nu$  — коэффициент Пуассона.

Система уравнений в третьей области

$$(1 - \gamma m_{ip})W_{ip} + \beta_{ip}(1 - i\varepsilon)W_{ip,xxxx} = \gamma\Phi_3 \quad (z = 0),$$

$$W_{ip} = \Phi_{3,z} \quad (z = 0), \quad \Phi_{3,z} = 0 \quad (z = -h),$$

где  $\varepsilon$  — безразмерное время релаксации вязкоупругой пластины в рамках модели Кельвина — Фойгта вязкоупругого материала.

Для первой области в случае (а), когда на пластину воздействует набегающая волна, высоту

свободной поверхности жидкости будем искать в виде  $\eta(x, t) = Re[Ae^{i(kx - \omega t)}]$ . Тогда задача для нахождения потенциала в первой области при  $x < 0$  может быть записана как следующая система:

$$\Phi_{1,z} = 1, \quad 1 - \gamma\Phi_1 = 0 \quad (z = 0),$$

$$\Phi_{1,z} = 0 \quad (z = -h).$$

В случае (б), когда колебания в системе возникают в результате воздействия внешней нагрузки, данная система изменится:

$$\Phi_{1,z} = \eta, \quad \eta = \gamma\Phi_1 + P \quad (z = 0),$$

$$\Phi_{1,z} = 0 \quad (z = -h),$$

$$\Phi_{1,x} = 0 \quad (x = -b, \quad -h < z < 0),$$

где  $b = B/A$ ,  $P(x, t)$  — форма локального внешнего давления, которое оказывает внешняя нагрузка.

Полученная система уравнений замыкается условиями согласования потенциалов на границах областей

$$\Phi_1 = \Phi_2, \quad \Phi_{1,x} = \Phi_{2,x} \quad (x = 0, \quad -h < z < 0),$$

$$\Phi_2 = \Phi_3, \quad \Phi_{2,x} = \Phi_{3,x} \quad (x = L, \quad -h < z < 0).$$

## 2. Метод решения

Для случая (а) решение потенциала скорости течения жидкости в первой области представляется в виде суммы отраженной и набегающей волн и находится при помощи метода вертикальных мод

$$\Phi_1 = Ae^{ik_0x}f_0(z) + \sum_{n=0}^N a_n e^{-ik_nx}f_n(z),$$

где  $f_n(z) = \cosh(k_n(z+h))/(k_n \sinh(k_n h))$  — вертикальные моды,  $k_n$  — соответствующие волновые в дисперсионном соотношении  $\omega(k)$  для свободной поверхности.

В случае (б) решение для  $\Phi_1(x, z)$  строится как сумма двух потенциалов:

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}, \quad \Phi_{11,z}|_{z=0} = \eta, \quad \Phi_{12,z}|_{z=0} = 0.$$

Откуда

$$\Phi_{11} = \sum_{j=1}^{N_1} a_{1j} \cos(\eta_{1j}x) \frac{\cosh(\eta_{1j}(z+h))}{\eta_{1j} \sinh(\eta_{1j}h)}, \quad \eta_{1j} = \frac{\pi j}{b},$$

$$\Phi_{12} = a_{20} + \sum_{j=1}^N a_{2j} \cosh(\eta_{2j}(x+b)) \cos(\eta_{2j}z), \quad \eta_{2j} = \frac{\pi j}{h}.$$

Решение во второй области находится методом нормальных мод

$$W_{fp} = \sum_{n=1}^{N_{mod}} p_n \psi_n,$$

где  $\psi_n(x)$  — моды колебаний упругой пластины, являются решением уравнения  $\psi_{n,xxxx} = \lambda^4 \psi_n$ ,

удовлетворяют условиям свободного края  $\psi_{n,xx} = \psi_{n,xxx} = 0$  при  $x = 0, l$  и условию ортогональности  $\int_0^L \psi_n \psi_m dx = \delta_{nm}$ ,  $\delta_{nm}$  — дельта-функция. Две первые моды дают жесткие колебания пластины, остальные — упругие. Для рассматриваемой области эти моды имеют вид

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{L}}, \quad \psi_2 = \frac{\sqrt{12}}{L^3}(x - 0,5L),$$

$$\psi_n = A_n \cos(\lambda_n x) + B_n \sin(\lambda_n x) + C_n e^{-\lambda_n x} + D_n e^{-\lambda_n(L-x)} \quad (n \geq 3).$$

Потенциал  $\Phi_2$  будем искать в виде

$$\Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{22}, \quad \Phi_{21,z} \Big|_{z=0} = W_{fp}, \quad \Phi_{22,z} \Big|_{z=0} = 0.$$

$$\Phi_{22} = Q_0 + Q_1 x + \sum_{j=1}^N (c_j e^{\mu_j x} + d_j e^{-\mu_j(L-x)}) \cos(\mu_j z),$$

где  $\mu_j = \eta_{2j}$ . Пусть  $\Phi_{21} = \sum_{j=1}^{N_{mod}} p_n \phi_n$ :

$$\phi_1 = \sum_{j=1}^{N_2} s_{1j} \sin(\mu_{1j} x) \frac{\cosh(\mu_{1j}(z+h))}{\mu_{1j} \sinh(\mu_{1j} h)},$$

$$\mu_{1j} = \frac{\pi}{2L} + \frac{\pi j}{L}, \quad s_{1j} = \frac{2}{L} \int_0^L \psi_1 \sin(\mu_{1j} x) dx,$$

$$\phi_2 = \sum_{j=1}^{N_3} s_{2j} \cos(\mu_{2j} x) \frac{\cosh(\mu_{2j}(z+h))}{\mu_{2j} \sinh(\mu_{2j} h)},$$

$$\mu_{2j} = \frac{\pi j}{L}, \quad s_{2j} = \frac{2}{L} \int_0^L \psi_2 \cos(\mu_{2j} x) dx,$$

$$\phi_n = (A_n \cos(\lambda_n x) + B_n \sin(\lambda_n x)) \frac{\cosh(\lambda_n(z+h))}{\lambda_n \sinh(\lambda_n h)} + (C_n e^{-\lambda_n x} + D_n e^{-\lambda_n(x-L)}) \frac{\cos(\lambda_n(z+h))}{\lambda_n \sin(\lambda_n h)},$$

В третьей области строим решение вертикальными модами для вязкоупругой пластины

$$W_{ip} = \sum_{j=-2}^N b_j e^{i\xi_j x} g_j(z), \quad g_j(z) = \frac{\cosh(\xi_j(z+h))}{\xi_j \sinh(\xi_j h)},$$

здесь  $\xi_j$  — комплексные волновые числа для дисперсионного соотношения  $\omega(\xi)$  в вязкоупругой пластине.

В итоге искомыми являются коэффициенты  $a_n, p_n, b_n, Q_0, Q_1$ , и  $c_n$  и  $d_n$ . В сумме это дает  $4N + N_{mod} + 6$  коэффициентов для поиска. Умножая на  $f_m(z)$ ,  $m = 1, \dots, N+1$  и интегрируя каждое соотношение для потенциалов на границе между областями, получим  $4N + 4$  алгебраических уравнения. Еще  $N_{mod}$  уравнений получим из уравнения пластины в зоне 2 путем домножения на  $\psi_m$  и интегрированием результата по  $x$  от 0 до  $L$ . Последние 2 уравнения получим из условий свободного края для полубесконечной пластины при  $x = L$ . Полученная система решается численно.

### 3. Численные результаты

Рассматриваемая задача решена численно для следующих параметров ледовой пластины и жидкости:  $\rho = 1024 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_i = 1024 \text{ кг/м}^3$ ,  $h_i = 0.1 \text{ м}$ ,  $\omega = 1 \text{ с}^{-1}$ ,  $E = 4.2 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ,  $\nu = 0.33$ ,  $\tau = 1$ . Число  $N$ , характеризующее число вертикальных мод, равно 25. Число нормальных мод  $N_{mod}$  также выбрано равное 25. Рассмотрено две длины отколовшейся пластины:  $\lambda/2$  и  $\lambda$ , где  $\lambda$  — длина проходящей через пластину волны. Также рассмотрены две вариации толщины льда в отколовшейся пластине: увеличение толщины от левого края к правому (красные линии на графиках), уменьшение толщины от левого края к правому (синие линии) и постоянная толщина (черные линии). Средняя толщина во всех случаях одинакова и равна толщине в полубесконечной пластине.

На рисунке 2 показаны максимальные по времени прогибы в полубесконечной ледовой пластине. Расчеты проведены для  $L = \lambda/2$ . Наибольшие прогибы наблюдаются на краю пластины и достигаются в красном случае, т.е. когда отколовшаяся часть тоньше у свободной поверхности. Наименьшие из наблюдаемых прогибов, наоборот, наблюдаются в синем случае. Явно наблюдается затухание колебаний из-за вязкости пластины. За 10 длин проходящей в пластине волны ее амплитуда уменьшилась в 4 раза.

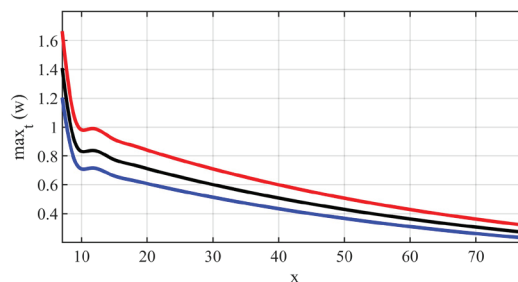


Рис. 2. Максимальные по времени прогибы в полубесконечной ледовой пластине,  $L = \lambda/2$

На рисунке 3 показаны максимальные по времени абсолютные относительные деформации, которые соответствуют прогибам с рисунка 2. Наибольшие деформации наблюдаются в районе  $x = L + \lambda/2$ . Изменение толщины отколовшейся пластины может сдвинуть локацию максимальных деформаций чуть дальше или чуть ближе к свободному краю.

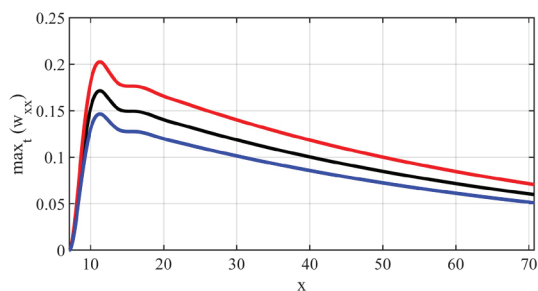


Рис. 3. Максимальные по времени абсолютные относительные деформации в полубесконечной ледовой пластине,  $L = \lambda/2$

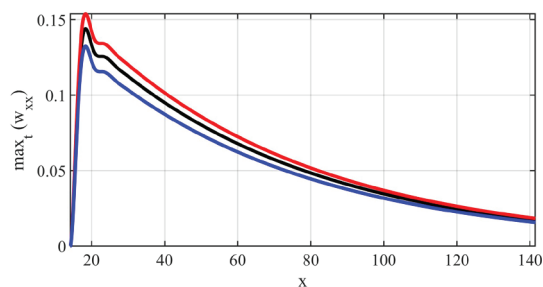


Рис. 5. Максимальные по времени абсолютные относительные деформации в полубесконечной ледовой пластине,  $L = \lambda$

На рисунках 4–5 показаны аналогичные результаты, но для длины отколовшейся пластины в 2 раза больше. Увеличение длины отколовшейся пластины в 2 раза дает уменьшение абсолютных относительных деформаций в ледовом покрове и максимальных прогибов на краю полубесконечной пластины на 25 процентов.

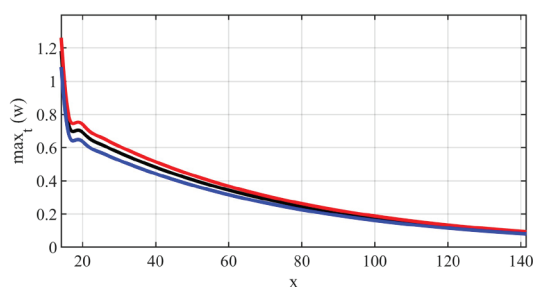


Рис. 4. Максимальные по времени прогибы в полубесконечной ледовой пластине,  $L = \lambda$

### Заключение

Рассмотрена двумерная задача о влиянии отколовшейся конечной пластины на колебания полубесконечной вязкоупругой пластины. Предложен метод решения рассматриваемой задачи в периодической форме. В задаче присутствует три зоны: одна со свободной поверхностью и две с пластинами. Задача решается в терминах потенциалов и нормальных мод колебаний упругой балки. Решение в каждой зоне строится отдельно, затем сращивается через условия непрерывности потенциалов и их производных на границах зон. Рассмотрены разные законы изменения толщины конечной пластины: увеличение/уменьшение толщины от левого края (граница со свободной поверхностью) к правому (граница с полубесконечной пластиной). Результаты расчетов показали, что увеличение длины отколовшейся части приводит к уменьшению амплитуд колебаний в оставшейся части ледового покрова. Изменение толщины в отколовшейся пластине может как уменьшать, так и увеличивать амплитуды колебаний полубесконечной пластины.

### Библиографический список

1. Wu Q.Y., Khabakhpasheva T. I., Ni B.Y., Korobkin A.A. Small-Amplitude Waves in a Floating Poroelastic Plate Forcing by Vertical Pitching Plate // *Physics of Fluids*. 2023. Vol. 35. P. 16.
2. Dinvay E., Kalisch H., Parau E. Waves Generated by Moving Loads on Ice Plates: Viscoelastic Approximations // *Wave Motion*. 2022. Vol. 114. P. 103011.
3. Squire V., Hosking R., Kerr A., Langhorne P. *Moving Loads on Ice* // Kluwer Academic Publishers. 1996. 230 p.
4. Ni B., Xiong H., Han D., Zeng L., Tan H. A Review of Ice Deformation and Breaking Under Flexural-Gravity Waves Induced by Moving Loads // *Journal of Marine Science and Application*. 2025. Vol. 24. P. 35–52.
5. Шишмарев К.А., Хабахпашева Т.И. Нестационарные колебания ледового покрова в замороженном канале под действием движущегося внешнего давления // *Вычислительные технологии*. 2019. Т. 24. № 2. С. 111–128.
6. Shishmarev K., Sibiryakova Naydenova K., Khabakhpasheva T. Dipole Oscillations Along Principal Coordinates in a Frozen Channel in the Context of Symmetric Linear Thickness of Porous Ice // *Journal of Marine Science and Engineering*. 2024. Vol. 12. No 1. P. 198.
7. Zeng L.D., Korobkin A.A., Ni B.Y., Xue Y.Z. Flexural-Gravity Waves in Ice Channel with a Lead // *Journal of Fluid Mechanics*. 2021. Vol. 921. P. A10.
8. Zemlyak V.L., Pogorelova A.V., Kozin V. Motion of a Submerged Body Under a Free Surface and an Ice Cover in Finite

Water Depth Conditions // Ocean Engineering. 2023. Vol. 288. P. 116161.

9. Tkacheva L.A. Motion of a Sphere Submerged in Water with an Ice Cover Under Nonuniform Compression // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2022. Vol. 63. No 2. P. 187–198.

10. Xu P., Wellens P.R. Fully Nonlinear Hydroelastic Modeling and Analytic Solution of Large-Scale Floating Photovoltaics in Waves // Journal of Fluids and Structures. 2022. Vol. 109. No 5. P. 103446.

11. Zheng S., Meylan M.H., Zhu G., Greaves D., Iglesias G. Hydroelastic Interaction Between Water Waves and an Array of Circular Floating Porous Elastic Plates // Journal of Fluid Mechanics. 2020. Vol. 900. P. A20.

12. Kostikov V., Hayatdavoodi M., Ertekin R.C. Hydroelastic Interaction of Nonlinear Waves with Floating Sheets // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2021. Vol. 35. P. 515–537.

## References

1. Wu Q.Y., Khabakhpasheva T. I., Ni B.Y., Korobkin A.A. Small-Amplitude Waves in a Floating Poroelastic Plate Forcing by Vertical Pitching Plate. *Physics of Fluids*. 2023. Vol. 35. P. 16.

2. Dinvyay E., Kalisch H., Parau E. Waves Generated by Moving Loads on Ice Plates: Viscoelastic Approximations. *Wave Motion*. 2022. Vol. 114. P. 103011.

3. Squire V., Hosking R., Kerr A., Langhorne P. *Moving Loads on Ice*. Kluwer Academic Publishers. 1996. 230 p.

4. Ni B., Xiong H., Han D., Zeng L., Tan H. A Review of Ice Deformation and Breaking Under Flexural-Gravity Waves Induced by Moving Loads. *Journal of Marine Science and Application*. 2025. Vol. 24. P. 35–52.

5. Shishmarev K.A., Khabakhpasheva T.I. Unsteady Deflection of Ice Cover in a Frozen Channel Under a Moving Load. *Computational Technologies*. 2019. Vol. 24. No 2. P. 111–128. (In Russ.).

6. Shishmarev K., Sibiryakova T., Naydenova K., Khabakhpasheva T. Dipole Oscillations Along Principal Coordinates in a Frozen Channel in the Context of Symmetric Linear Thickness of Porous Ice. *Journal of Marine Science and Engineering*. 2024. Vol. 12. No 1. P. 198.

7. Zeng L.D., Korobkin A.A., Ni B.Y., Xue Y.Z. Flexural-Gravity Waves in Ice Channel with a Lead. *Journal of Fluid Mechanics*. 2021. Vol. 921. P. A10.

8. Zemlyak V.L., Pogorelova A.V., Kozin V. Motion of a Submerged Body Under a Free Surface and an Ice Cover in Finite Water Depth Conditions. *Ocean Engineering*. 2023. Vol. 288. P. 116161.

9. Tkacheva L.A. Motion of a Sphere Submerged in Water with an Ice Cover Under Nonuniform Compression. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2022. Vol. 63. No 2. P. 187–198.

10. Xu P., Wellens P.R. Fully Nonlinear Hydroelastic Modeling and Analytic Solution of Large-Scale Floating Photovoltaics in Waves. *Journal of Fluids and Structures*. 2022. Vol. 109. No 5. P. 103446.

11. Zheng S., Meylan M.H., Zhu G., Greaves D., Iglesias G. Hydroelastic Interaction Between Water Waves and an Array of Circular Floating Porous Elastic Plates. *Journal of Fluid Mechanics*. 2020. Vol. 900. P. A20.

12. Kostikov V., Hayatdavoodi M., Ertekin R.C. Hydroelastic Interaction of Nonlinear Waves with Floating Sheets. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 2021. Vol. 35. P. 515–537.

### Информация об авторах

**Т.А. Сибирыкова**, аспирант Института математики и информационных технологий, Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия;

**К.Е. Найденова**, магистрант Института математики и информационных технологий, Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия;

**К.А. Шишмарев**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры дифференциальных уравнений, Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия;

**Т.И. Хабахпашева**, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории волновых процессов в неоднородных средах, Институт гидродинамики им. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия.

### Information about the authors

**T.A. Sibiryakova**, Postgraduate Student of the Institute of Mathematics and Information Technologies, Altai State University, Barnaul, Russia;

**K.E. Naydenova**, Master Student of the Institute of Mathematics and Information Technologies, Altai State University, Barnaul, Russia;

**K.A. Shishmarev**, Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Differential Equations, Altai State University, Barnaul, Russia;

**T.I. Khabakhpasheva**, Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Senior Researcher at the Laboratory of Wave Processes in Inhomogeneous Media, Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS, Novosibirsk, Russia.