

МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Научная статья

УДК 519.6

[https://doi.org/10.14258/izvasu\(2026\)1-10](https://doi.org/10.14258/izvasu(2026)1-10)

Анализ гемодинамических показателей кровотока во внутренней сонной артерии при ее патологической извитости

*Владимир Геральдович Борисов¹, Юрий Николаевич Захаров²,
Роман Александрович Виноградов³, Александр Петрович Богдан⁴*

¹Кемеровский государственный университет, Кемерово, Россия; Федеральный исследовательский центр Информационных и вычислительных технологий, Новосибирск, Россия, vborkuzbassnet@gmail.ru

²Федеральный исследовательский центр Информационных и вычислительных технологий, Новосибирск, Россия, zaharovyn@yandex.ru

³Кубанский государственный медицинский университет, Краснодар, Россия; ГБУЗ НИИ — Краевая клиническая больница № 1, Краснодар, Россия, viromal@mail.ru

⁴Кубанский государственный медицинский университет, Краснодар, Россия, albo903@mail.ru

MATHEMATICS AND MECHANICS

Original article

Analysis of Hemodynamic Indices of Blood Flow in the Internal Carotid Artery with Pathological Tortuosity

*Vladimir G. Borisov¹, Yuriy N. Zakharov², Roman A. Vinogradov³,
Aleksandr P. Bogdan⁴*

¹Kemerovo State University, Kemerovo, Russia; Federal Research Center for Information and Computing Technologies, Novosibirsk, Russia, vborkuzbassnet@gmail.ru

²Federal Research Center for Information and Computing Technologies, Novosibirsk, Russia, zaharovyn@yandex.ru

³Kuban State Medical University, Krasnodar, Russia; Research Institute — Regional Clinical Hospital No 1, Krasnodar, Russia, viromal@mail.ru

⁴Kuban State Medical University, Krasnodar, Russia, albo903@mail.ru

Аннотация. В работе устанавливается взаимозависимость между гемодинамическими показателями кровотока во внутренней сонной артерии и геометрическими характеристиками артерии при наличии у нее петлеобразной патологической извитости. На основании данных КТ-ангиографии 32 пациентов построены геометрические модели 37 артерий с патологической извитостью. Выполнены численные расчеты кровотока методом вычислительной гидродинамики в приложении SimVascular с использованием уравнений Навье-Стокса. Проведен сравнительный анализ взаимосвязи гемодинамических

Abstract. This study establishes a relationship between hemodynamic indices of blood flow and geometric characteristics of the internal carotid artery with pathological loop-like tortuosity. Geometric models of 37 arteries with pathological tortuosity were constructed using CT angiography data from 32 patients. Numerical parameters of blood flow are calculated using computer fluid dynamics methods and the Navier-Stokes equations in SimVascular software. The relationship between hemodynamic and velocity parameters of blood flow are analyzed comparatively with the geometric characteristics of the arteries.

и скоростных показателей кровотока с геометрическими характеристиками артерий. Обнаружена сильная корреляция между предложенным гемодинамическим показателем WSSi и пиковой скоростью кровотока, а также обратная корреляция WSSi с минимальной площадью сечения в области извитости. Полученные результаты позволяют оценивать гемодинамические риски на основе непосредственно измеряемых скоростных и геометрических показателей, не прибегая к компьютерному моделированию кровотока.

Ключевые слова: моделирование кровотока, вычислительная гидродинамика, пристеночное напряжение сдвига, патологическая извитость ВСА, корреляция показателей

Для цитирования: Борисов В.Г., Захаров Ю.Н., Виноградов Р.А., Богдан А.П. Анализ гемодинамических показателей кровотока во внутренней сонной артерии при ее патологической извитости // Известия Алтайского государственного университета. 2026. № 1 (147). С. 78–83. [https://doi.org/10.14258/izvasu\(2026\)1-10](https://doi.org/10.14258/izvasu(2026)1-10).

Финансирование: исследование выполнено в рамках государственного задания Минобрнауки России для ФИЦ ИВТ (регистрационный номер ЕГИСУ НИОКТР — 125051305954-6).

Введение

Цереброваскулярные заболевания остаются одной из ведущих причин инвалидизации и смертности в развитых странах [1, 2]. Внутренние сонные артерии (ВСА) играют ключевую роль в кровоснабжении головного мозга. Патологическая извитость ВСА (долихоартериопатия) — это распространенная морфологическая аномалия, встречающаяся у 4–25 % населения и достигающая 85 % у пациентов старше 70 лет [1–3]. Патологическая извитость выражается в образовании изгибов, петель и резких перегибов ВСА. Возникновение подобной патологии может способствовать развитию хронической сосудисто-мозговой недостаточности. Кроме того, при извитости на некоторых участках стенки сосуда могут быть превышены критические значения сил взаимодействия потока крови с клетками эндотелия, вследствие чего может произойти инициация процесса тромбообразования. В литературе приводятся различные типы извитости ВСА [1–3], в настоящей работе изучается петлеобразный вариант.

Известно (см. [4, 5]), что объективной характеристикой сил взаимодействия потока крови со стенкой сосуда является пристеночное напряжение сдвига WSS (Wall Shear Stress), которое не измеряется непосредственно, но может быть получено в результате численных расчетов методом вычислительной гидродинамики. В то же время на распределение WSS

A strong correlation is found between the proposed hemodynamic index (WSSi) and peak blood flow velocity. Also, there is an inverse correlation between WSSi and the minimum cross section at tortuous sections of the arteries. The obtained results allow for the assessment of hemodynamic risks using directly measured velocity and geometric parameters of blood flow without computer blood flow simulations.

Keywords: blood flow simulation, computational fluid dynamics, wall shear stress, pathological tortuosity of the internal carotid artery, correlation of indices

For citation: Borisov V.G., Zakharov Yu.N., Vinogradov R.A., Bogdan A.P. Analysis of Hemodynamic Indices of Blood Flow in the Internal Carotid Artery with Pathological Tortuosity. *Izvestiya of Altai State University*. 2025. No 1 (147). P. 78–83. (In Russ.). [https://doi.org/10.14258/izvasu\(2026\)1-10](https://doi.org/10.14258/izvasu(2026)1-10).

Funding: the research was carried out within the framework of the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation for the FRC ICT (project No 125051305954-6).

на стенке артерии влияют скоростные показатели течения и параметры геометрической формы сосуда в области извитости, которые измеряются непосредственно.

Целью настоящей работы является выявление взаимосвязи между гемодинамическими и скоростными показателями, получаемыми путем численного решения математической модели течения крови в ВСА, и геометрическими характеристиками ВСА при ее петлеобразной извитости.

Исходные данные и методы исследования

Отбор данных для моделирования сосудов с патологической извитостью производился из данных КТ ангиографии пациентов НИИ — Краевой клинической больницы № 1 г. Краснодара. Использовались следующие критерии отбора:

- наличие патологической извитости ВСА;
- отсутствие резких перегибов, стенозов в области извитости;
- адекватное качество КТ-изображений.

Всего для моделирования были отобраны данные 32 пациентов, содержащие 37 артерий с 38 областями извитости типа «петля». Тем же методом, что и в [7], строились геометрические модели сосудов, включающие отрезки общей (ОСА), наружной (НСА) сонных артерий и отрезок ВСА от точки бифуркации до точки входа в отверстие височной кости (см. рис. 1).



Рис. 1. Геометрическая модель сосуда с петлеобразной извитостью

Во всех моделях проводились расчеты установившегося периодического течения крови, которая предполагалась вязкой несжимаемой жидкостью. Построение моделей и численные расчеты краевой задачи для уравнений Навье-Стокса методом конечных элементов проводились в приложении SimVascular [6]. Для всех моделей ставились идентичные краевые и начальные условия и задавались одинаковые значения плотности и вязкости крови, типовые для здорового человека (см. [7]). Стенки сосуда предполагались жесткими, и на них ставилось условие непротекания. На входном сечении (OCA) задавалась периодически зависящая от времени объемная скорость течения с периодом T , равным $0,9$ с, и графиком, соответствующим типовой огибающей доплерограммы скорости в ОСА здорового человека [7]. На выходных сечениях задавались трехэлементные условия RCR [8], описывающие сопротивление сосудистой сети, лежащей дистальнее выходных сечений. Средний объемный расход на входе за период T задавался равным $6.05 \text{ см}^3/\text{с}$, а краевые условия на выходах подбирались так, чтобы соотношение средних объемных расходов ВСА и НСА отличалось от величины 1.77 не более чем на 1% . Расчеты проводились для двух последовательных сердечных циклов. Изучались результаты второго цикла, на котором, как показано в [7], периодические колебания течения с достаточной точностью можно считать установившимися.

Пост-процессинг, визуализация результатов расчетов и вычисление необходимых показателей осуществлялись в приложении собственной разработки KinkArt_05 [9] с использованием приложения ParaView [10] в качестве оболочки для исполнения кода KinkArt_05.

Геометрические показатели, вычисляемые в области извитости:

- L/L_0 — отношение длины ВСА от точки бифуркации до точки входа в отверстие височной кости вдоль осевой линии к расстоянию между этими точками по прямой (показатель удлинения ВСА);
- S_{\min} — минимальная площадь поперечного сечения в области извитости, вычисляемая через радиус минимальной вписанной сферы.

Показатель скорости V_{peak} вычисляется как максимальное значение скорости, достигаемое в какой-либо момент времени в какой-либо точке области

извитости. Во всех рассмотренных случаях V_{peak} достигалось на первой трети участка систолического спада скорости.

Предлагаемый гемодинамический показатель $WSSi$ вычисляется описанным ниже образом. В области извитости для каждого значения t в пределах второго сердечного цикла на стенке сосуда строится критическая зона S_t , в которой $|WSS|$ превышает критическое значение 14 Па [5]. Как показал последующий анализ, в каждой области извитости зона S_t либо отсутствует, либо существует только в некотором интервале времени $[t_0, t_1]$, содержащем систолический пик скорости кровотока. Показатель $WSSi$, который выбран в качестве интегральной характеристики интенсивности воздействия течения на стенку сосуда, рассчитывается как интегральное значение модуля WSS за все время существования зоны S_t :

$$WSSi = \int_{t_0}^{t_1} \int_{S_t} |WSS| ds dt.$$

После проведения численных расчетов и анализа полученных результатов из дальнейшего исследования были исключены еще 7 областей извитости, для которых $V_{\text{peak}} < 110 \text{ см/с}$ и $WSSi < 0.1 \text{ Па} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}$. В этих областях практически отсутствуют критические зоны, следовательно, риск патологических проявлений в них минимален.

Результаты и обсуждение

Анализ геометрических характеристик 31 областей петлеобразной патологической извитости выявил морфологическое разнообразие паттернов деформации. На основе трехмерной геометрии области извитости были классифицированы на три подтипа:

1. Loop — кольцо, образуемое артерией приблизительно в одной плоскости (9 моделей);
2. S3D — две петли в различных плоскостях, расположенных под большим углом друг к другу (12 моделей);
3. Spin — винтовая форма артерии в виде штопора с небольшой степенью сжатия (10 моделей).

Примеры областей извитости указанных подтипов с критическими зонами в момент их максимального развития изображены на рисунке 2.

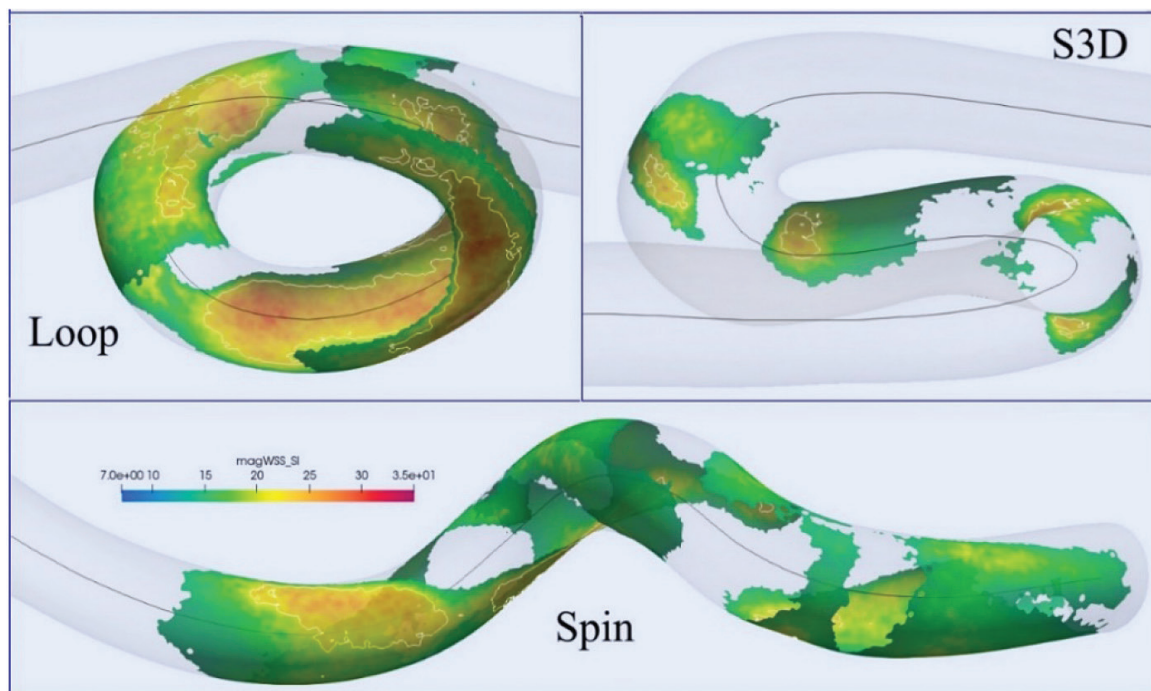


Рис. 2. Примеры критических зон в их максимальном развитии

Исследовалась взаимозависимость между рассчитанными показателями как для всей выборки из 31 области, так и для подгруппы из 21 области только подтипов Loop и S3D. По всей выборке обнаружена сильная

связь между показателями WSSi, V_peak, S_min. В таблице 1 приведены параметры линейной корреляции Пирсона между этими показателями.

Таблица 1

Линейная корреляция пар показателей WSSi, V_peak, S_min

	r	p	rl	ru	Уравнение регрессии	r ²
V_peak-WSSi	0.954	p < 2.9e-10	0.905	0.978	$y = 4.77 \cdot 10^{-2} \cdot x - 4.99$	0.910
S_min-WSSi	-0.817	p < 2.8e-06	-0.909	-0.652	$y = -41.64 \cdot x + 5.89$	0.668
V_peak-S_min	-0.864	p < 3.6e-07	-0.933	-0.734	$y = -8.49 \cdot 10^{-4} \cdot x + 0.22$	0.746

Здесь r — коэффициент линейной корреляции между показателями, p — уровень значимости, rl и ru — нижняя и верхняя границы доверительного интервала при уровне достоверности 95 %, r² — ко-

эффициент детерминации. Для этих же пар показателей существуют еще более сильные связи с нелинейными уравнениями регрессии, приведенными в таблице 2.

Таблица 2

Нелинейная корреляция пар показателей WSSi, V_peak, S_min

	Loop, S3D, Spin (31 модель)	r ²	Loop, S3D (21 модель)	r ²
V_peak-WSSi	$y = 2.95 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 - 0.039x - 0.93$	0.924	$y = 3.72 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 - 0.059x + 2.3$	0.953
S_min-WSSi	$y = 1.49 \cdot 10^{-4} \cdot x^{-3.90}$	0.826	$y = 1.81 \cdot 10^{-4} \cdot x^{-3.81}$	0.829
V_peak-S_min	$y = 24.4 \cdot x^{-1.11}$	0.805	$y = 30.7 \cdot x^{-1.16}$	0.875

Диаграммы рассеяния для этих пар изображены на рисунке 3, красным цветом обозначены точки, соответствующие извитостям подтипа Spin.

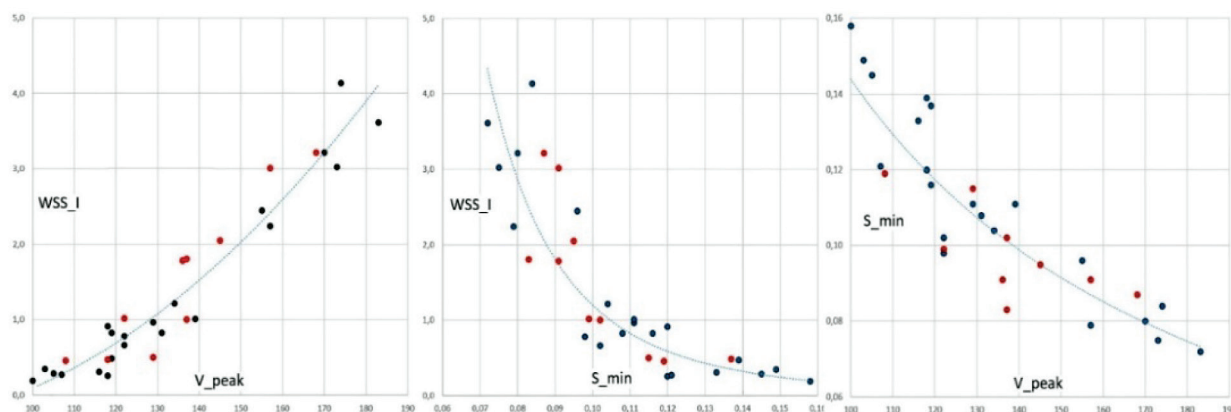


Рис. 3. Диаграммы рассеяния для пар показателей WSSi, V_peak, S_min

Отдельно исследовалась нелинейная корреляция показателей для объединенной подгруппы из 21 области извитости подтипов Loop и S3D. Результаты также приведены в таблице 2. Как видно из таблицы 2, для пары показателей S_min, WSSi по сравнению с таблицей 1 несколько корректируется уравнение регрессии, а r^2 практически не изменяется. Для остальных двух пар показателей r^2 существенно улучшается. Корреляции WSSi с показателем удлинения L/L_0 не обнаружено.

Полученные результаты демонстрируют существование сильных количественных связей между гемодинамическими показателями и измеримыми геометрическими параметрами при долихоартериопатиях. Этот факт имеет фундаментальное значение для разработки подходов к оценке влияния извитости на гемодинамику и когнитивные функции. Установленные регрессионные зависимости открывают возможность практического применения для стратификации риска в клинической практике, а также применения машинного обучения в целях создания более сложных предиктивных моделей на основе комбинации геометрических параметров. Вместо требующегося специализированного оборудования и экспертизы численного моделирования можно использовать простые парамет-

ры, определяемые при стандартной КТ-ангиографии (скорость кровотока, диаметр артерии).

Заключение

На выборке из 32 пациентов проведен анализ взаимосвязи между гемодинамическими, скоростными и геометрическими параметрами внутренней сонной артерии при ее петлеобразной патологической извитости. Установлено, что гемодинамический показатель WSSi, отражающий интенсивность взаимодействия потока крови с клетками эндотелия сосуда, имеет тесную связь со скоростным показателем V_peak и геометрическим S_min. Полученные результаты позволяют оценить не измеряемую непосредственно величину WSSi через измеряемые величины V_peak и S_min. Установленные корреляции демонстрируют, что сложные трехмерные гемодинамические явления могут быть, по крайней мере частично, предсказаны на основе более простых геометрических и скоростных показателей. Это открывает перспективы для развития быстрых предиктивных моделей в персонализированной медицине. В дальнейшем планируется расширить объем анализируемых данных и распространить описанную методику на другие типы извитости.

Библиографический список

1. Yu J., Qu L., Xu B., et.al. Current Understanding of Do-lichoarteriopathies of the Internal Carotid Artery: a Review // International Journal of Medical Sciences. 2017. Vol. 14. P. 772–84. <https://doi.org/10.7150/ijms.19229>
2. Amidzic A., Tiro N. Kinking of Bilateral Internal Carotid Arteries as Cause of Cognitive Dysfunction // Medical Archives. 2020. Vol. 74. P. 58–60. <https://doi.org/10.5455/medarh.2020.74.58-60>
3. Liu J., Ke X., Lai Q. Increased Tortuosity of Bilateral Distal Internal Carotid Artery is Associated with White Matter Hyperintensities // Acta Radiologica. 2021. Vol. 62. P. 515–523. <https://doi.org/10.1177/0284185120932386>
4. Ruggeri Z.M., Orje J., Haberman R., et.al. Activation-Independent Platelet Adhesion and Aggregation Under Elevat-ed Shear Stress // Blood. 2006. Vol. 108. No 6. P. 1903–1910. <https://doi.org/10.1182/blood-2006-04-011551>
5. Casa L.D., Deaton D.H., Ku D.N. Role of High Shear Rate in Thrombosis // Journal of Vascular Surgery. 2015. No 61. P. 1068–1080. <https://doi.org/10.1016/j.jvs.2014.12.050>
6. Updegrave A., Wilson N.M., Merkow J., et.al. Simvascular: An Open Source Pipeline for Cardiovascular Simulation // Annals of Biomedical Engineering. 2017. Vol. 45. No 3. P. 525–541. <https://doi.org/10.1007/s10439-016-1762-8>
7. Борисов В.Г., Захаров Ю.Н., Виноградов Р.А. и др. Численное исследование гемодинамических показателей в персонально-специфической модели сонной артерии // Известия Алтайского государственного университета. 2024. № 1 (135). С. 82–88. [https://doi.org/10.14258/izvasu\(2024\)1-11](https://doi.org/10.14258/izvasu(2024)1-11)

8. Jung H., Kang T., Lee C-H., et.al. Comparison of Haemodynamics in Carotid Endarterectomy: Primary Closure Versus Patch Angioplasty // *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*. 2022. Vol. 16. No 1. P. 1601–1618. <https://doi.org/10.1080/19942060.2022.2102078>

9. Борисов В.Г., Захаров Ю.Н., Хетеева Э.Э. и др. Программный комплекс для постобработки результатов чис-

ленных расчетов кровотока в артериях с извитостью KinkArt_05 // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025662897 от 23.05.2025 г.

10. Ayachit U. *The ParaView Guide: A Parallel Visualization Application*. New York: Kitware. 2015. 276 p.

References

1. Yu J., Qu L., Xu B., et al. Current Understanding of Dolihoarteriopathies of the Internal Carotid Artery: a Review. *International Journal of Medical Sciences*. 2017. Vol. 14. P. 772–84. <https://doi.org/10.7150/ijms.19229>

2. Amidzic A., Tiro N. Kinking of Bilateral Internal Carotid Arteries as Cause of Cognitive Dysfunction. *Medical Archives*. 2020. Vol. 74. P. 58–60. <https://doi.org/10.5455/medarh.2020.74.58-60>

3. Liu J., Ke X., Lai Q. Increased Tortuosity of Bilateral Distal Internal Carotid Artery is Associated with White Matter Hyperintensities. *Acta Radiologica*. 2021. Vol. 62. P. 515–523. <https://doi.org/10.1177/0284185120932386>

4. Ruggeri Z.M., Orje J., Haberman R., et.al. Activation-Independent Platelet Adhesion and Aggregation Under Elevated Shear Stress. *Blood*. 2006. Vol. 108. No 6. P. 1903–1910. <https://doi.org/10.1182/blood-2006-04-011551>

5. Casa L.D., Deaton D.H., Ku D.N. Role of High Shear Rate in Thrombosis. *Journal of Vascular Surgery*. 2015. No 61. P. 1068–1080. <https://doi.org/10.1016/j.jvs.2014.12.050>

6. Updegrove A., Wilson N.M., Merkow J., et al. Simvascular: An Open Source Pipeline for Cardiovascular Simulation.

Annals of Biomedical Engineering. 2017. Vol. 45. No 3. P. 525–541. <https://doi.org/10.1007/s10439-016-1762-8>

7. Borisov V.G., Zakharov Y.N., Vinogradov R.A., et al. Numerical Study of Hemodynamic Indices in a Patient-Specific Model of the Carotid Artery. *Izvestiya of Altai State University*. 2024. Vol. 135. No 1. P. 82–88. (In Russ.). [https://doi.org/10.14258/izvasu\(2024\)1-11](https://doi.org/10.14258/izvasu(2024)1-11)

8. Jung H., Kang T., Lee C-H., et al. Comparison of Haemodynamics in Carotid Endarterectomy: Primary Closure Versus Patch Angioplasty. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*. 2022. Vol. 16. No 1. P. 1601–1618. <https://doi.org/10.1080/19942060.2022.2102078>

9. Borisov V.G., Zakharov Yu.N., Kheteeva E.E., et al. Software Package for Post-Processing the Results of Numerical Calculations of Blood Flow in Arteries with Tortuosity KinkArt_05. *Certificate of State Registration of Computer Program No 2025662897* dated 23.05.2025. (In Russ.).

10. Ayachit U. *The ParaView Guide: A Parallel Visualization Application*. New York: Kitware, 2015. 276 p.

Информация об авторах

В.Г. Борисов, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры фундаментальной математики, Кемеровский государственный университет, Кемерово, Россия; научный сотрудник лаборатории информационно-вычислительных технологий, Федеральный исследовательский центр Информационных и вычислительных технологий, Новосибирск, Россия;

Ю.Н. Захаров, доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией информационно-вычислительных технологий, Федеральный исследовательский центр Информационных и вычислительных технологий, Новосибирск, Россия;

Р.А. Виноградов, доктор медицинских наук, заведующий кафедрой ангиологии и сосудистой хирургии, Кубанский государственный медицинский университет, Краснодар, Россия; сосудистый хирург, заведующий отделением сосудистой хирургии № 1, ГБУЗ НИИ — Краевая клиническая больница № 1, Краснодар, Россия;

А.П. Богдан, кандидат медицинских наук, директор Института непрерывного образования, доцент кафедры ангиологии и сосудистой хирургии, Кубанский государственный медицинский университет, Краснодар, Россия.

Information about the authors

V.G. Borisov, Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Fundamental Mathematics, Kemerovo State University, Kemerovo, Russia; Researcher at the Federal Research Center for Information and Computing Technologies, Laboratory of Information and Computing Technologies, Novosibirsk, Russia;

Yu.N. Zakharov, Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Head of the Laboratory of Information and Computing Technologies of Federal Research Center for Information and Computing Technologies, Novosibirsk, Russia;

R.A. Vinogradov, Doctor of Sciences in Medicine, Professor of the Surgery Department No 1, Kuban State Medical University, Krasnodar, Russia; Vascular Surgeon, Head of the Department of Vascular Surgery, Research Institute — Regional Clinical Hospital No 1, Krasnodar, Russia;

A.P. Bogdan, Candidate of Sciences in Medicine, Director of the Institute of Continuous Education, Associate Professor of the Department of Angiology and Vascular Surgery, Kuban State Medical University, Krasnodar, Russia.