

Известия Алтайского государственного университета. 2025. № 1 (141). С. 28–34.

Izvestiya of Altai State University. 2025. No 1 (141). P. 28–34.

Научная статья

УДК 524.1-52, 53.05

DOI: 10.14258/izvasu(2025)1-03

Спектр космических лучей от точечного стационарного источника в модели неклассической диффузии

*Анатолий Алексеевич Лагутин¹, Николай Викторович Волков²,
Александр Григорьевич Тюменцев³, Татьяна Леонидовна Серебрякова⁴*

¹Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия,
lagutin@theory.asu.ru

²Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия, volkov@theory.asu.ru

³Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия,
tyumentsev@theory.asu.ru

⁴Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия,
serebryakova@theory.asu.ru

Original article

Spectrum of Cosmic Rays from a Stationary Point Source in the Non-Classical Diffusion Model

*Anatoly A. Lagutin¹, Nikolay V. Volkov², Alexander G. Tyumentsev³,
Tatjana L. Serebryakova⁴*

¹Altai State University, Barnaul, Russia, lagutin@theory.asu.ru

²Altai State University, Barnaul, Russia, volkov@theory.asu.ru

³Altai State University, Barnaul, Russia, tyumentsev@theory.asu.ru

⁴Altai State University, Barnaul, Russia, serebryakova@theory.asu.ru

Аннотация. Стационарный вариант модели распространения космических лучей в Галактике широко используется для интерпретации наблюдаемых спектров космических лучей. В работе проводится анализ возможности его применения в случае диффузии частиц в резко-неоднородной межзвездной среде. Получено аналитическое решение уравнения неклассической диффузии, выраженное через устойчивые распределения. Показано, что в стационарном случае не удастся описать одну из основных особенностей наблюдаемого спектра космических лучей — излом. Установлено, что с ростом энергии убывание концентрации частиц происходит быстрее, чем в модели нормальной диффузии. Для понимания деталей возникновения этой разницы выполнен анализ модификации спектра при переходе от нестационарной модели к стационарной в случае импульсного источника. Исследовано влияние непрерывных потерь энергии частицами на форму спектра в стационарном варианте модели. Показано, что при $E > 10^2$ ГэВ влиянием потерь энергии можно пренебречь. Сделаны выводы о применимости модели стационарной неклассической диффузии к описанию экспериментальных

Abstract. The stationary model of cosmic ray propagation in the Galaxy is widely used to interpret observed cosmic ray spectra. The paper analyzes the applicability of this model for the case of particle diffusion in a highly inhomogeneous interstellar medium. The analytical solution of the non-classical diffusion equation, expressed in terms of stable distributions, is obtained. Also, the impossibility to describe the observed cosmic ray spectrum break is shown in the paper. It is found that when energy increases, the particle concentration decreases faster than for the case with the normal diffusion model. To understand this phenomenon, spectrum modifications for the pulsed source case are analyzed in transition from the non-stationary model to the stationary one. The impact of progressive energy loss by particles on stationary model spectrum shapes is investigated. It is shown that energy losses are negligible at $E > 10^2$ GeV. The stationary non-classical diffusion model is concluded to be applicable to describe experimental cosmic ray fluxes observed on Earth.

потоков космических лучей, наблюдаемых в окрестностях Земли.

Ключевые слова: космические лучи, аномальная диффузия, стационарный источник

Для цитирования: Лагутин А.А., Волков Н.В., Тюменцев А.Г., Серебрякова Т.Л. Спектр космических лучей от точечного стационарного источника в модели неклассической диффузии // Известия Алтайского государственного университета. 2025. № 1 (141). С. 28–34. DOI: 10.14258/izvasu(2025)1-03

Финансирование: работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-72-00057).

Keywords: cosmic rays, anomalous diffusion, stationary source

For citation: Lagutin A.A., Volkov N.V., Tyumentsev A.G., Serebryakova T.L. Spectrum of Cosmic Rays from a Stationary Point Source in the Non-Classical Diffusion Model. *Izvestiya of Altai State University*. 2025. No 1 (141). P. 28–34. (In Russ.). DOI: 10.14258/izvasu(2025)1-03

Funding: the work is supported by the Russian Science Foundation (grant no. 23-72-00057).

Введение

При описании распространения космических лучей в межзвездной среде широко используется модель стационарной диффузии (см., например, [1–6]). С физической точки зрения это приближение может быть обосновано накопленными к настоящему времени экспериментальными данными по вариациям космических лучей [2, 7]. Анализ метеоритов, лунных пород, изотопов в объектах Земли позволяет утверждать, что интенсивность космических лучей в диапазоне энергий $E \leq 10$ ГэВ оставалась с точностью до множителя 2 постоянной на протяжении последних сотен миллионов лет [2].

Учитывая популярность этого приближения при анализе данных в астрофизике космических лучей, в данной работе проводится расчет спектра частиц от точечного стационарного источника в резко-неоднородной галактической среде фрактального типа.

1. Стационарная модель неклассической диффузии без учета потерь энергии

Известно, что уравнение нормальной диффузии, описывающее изменение концентрации $N(\mathbf{r}, R)$ космических лучей с жесткостью $R = pc/Z$ ($R \approx E/Z$ при $E \gg mc^2$), создаваемой в точке $\mathbf{r}$ системой стационарных источников с функцией плотности распределения $S(\mathbf{r}, R)$, имеет вид [1]

$$D(R)\Delta N(\mathbf{r}, R) + S(\mathbf{r}, R) = 0. \quad (1)$$

В уравнении (1) $D(R)$ — коэффициент диффузии.

Проведем обобщение уравнения (1) на случай диффузии в галактической среде фрактального типа. В силу резко-неоднородного характера распределения вещества и магнитного поля в Галактике диффузия имеет неклассический харак-

тер [8, 9], который проявляется, в частности, в наличии аномально больших свободных пробегов частиц (полеты Лёви) между неоднородностями со степенным хвостом $\sim r^{-\alpha-1}$, $r \rightarrow \infty$, $0 < \alpha < 2$. Как показано в [10], в этом случае приходим к уравнению стационарной неклассической диффузии

$$D(R, \alpha)(-\Delta)^{\alpha/2} N(\mathbf{r}, R) = S(\mathbf{r}, R). \quad (2)$$

Здесь $(-\Delta)^{\alpha/2}$ — дробный лапласиан («оператор Рисса») [11], отражающий нелокальность процесса диффузии частиц, а $D(R, \alpha) \sim D_0(\alpha)R^\delta$ — коэффициент аномальной диффузии.

Соответствующее (2) уравнение для функции Грина $G(\mathbf{r}, R; R_0)$, выражающей вероятность обнаружения частицы в точке $(\mathbf{r}, R)$ фазового пространства, если в начальный момент ее характеристика была $(\mathbf{r}_0 = 0, R_0)$, записывается в виде:

$$D(R, \alpha)(-\Delta)^{\alpha/2} G(\mathbf{r}, R; R_0) = \delta(R - R_0)\delta(\mathbf{r}). \quad (3)$$

Решение уравнения (3) находим с использованием преобразования Фурье по координате $\mathbf{r}$ [8, 9, 12, 13]

$$G(\mathbf{r}, R; R_0) = \frac{\delta(R - R_0)}{(D)^{3/\alpha}} \times \int_0^\infty dy y^{-3/\alpha} g_3^{(\alpha)}\left(\frac{|\mathbf{r}|}{(Dy)^{1/\alpha}}\right). \quad (4)$$

Здесь $g_3^{(\alpha)}(r)$ — плотность вероятности трехмерного сферически-симметричного устойчивого распределения [14]. Отметим, что при $\alpha = 2$ из (4) получим функцию Грина уравнения нормальной диффузии.

Используя (4), найдем решение уравнения (2) для стационарного точечного источника со сте-

пенным по жесткости спектром инжекции частиц

$$S(\mathbf{r}, R) = S_c \left(\frac{R}{1 \text{ ГВ}} \right)^{-\gamma} \delta(\mathbf{r}). \quad (5)$$

В результате получаем

$$N(\mathbf{r}, R) = \frac{S_c}{D(R, \alpha)^{3/\alpha}} \left(\frac{R}{1 \text{ ГВ}} \right)^{-\gamma} \times \\ \times \int_0^\infty dy y^{-3/\alpha} g_3^{(\alpha)} \left(\frac{|\mathbf{r}|}{(D(R, \alpha)y)^{1/\alpha}} \right).$$

Наконец, принимая во внимание, что преобразование Меллина трехмерного сферически-симметричного устойчивого распределения дает равенством [14]

$$g_m^{(\alpha)}(s) = \int_0^\infty g_m^{(\alpha)}(r) r^{s-1} dr = \\ = \frac{2^s \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \Gamma\left(\frac{m-s}{\alpha}\right)}{\alpha (4\pi)^{m/2} \Gamma\left(\frac{m-s}{2}\right)}, \quad (6)$$

находим окончательное выражение для концентрации космических лучей в случае стационарного источника

$$N(\mathbf{r}, R) = \frac{2^{-\alpha} S_0}{\pi^{3/2} D_0(\alpha) r^{3-\alpha}} \frac{\Gamma\left(\frac{3-\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \times \\ \times \left(\frac{R}{1 \text{ ГВ}} \right)^{-\gamma-\delta}. \quad (7)$$

Анализ полученного выражения для спектра приводит к следующим выводам:

- спектр не имеет излома; показатель спектра частиц $\eta = \gamma + \delta$ в галактической среде фрактального типа совпадает с показателем модели нормальной диффузии;
- стационарная модель не воспроизводит наблюдаемый спектр, имеющий излом;
- фрактальность среды изменяет характер пространственного распределения, вместо закона $(1/r)$ в модели нормальной диффузии имеем $(1/r)^{3-\alpha}$, т.е. убывание концентрации с большей скоростью.

2. Модификация спектра частиц при переходе от нестационарного спектра к стационарному при $\alpha = 1$

Сопоставление показателя спектра космических лучей от стационарного источника (7) с показателями спектра от точечного мгновенного источника при $R \gg R_k$ и $R \ll R_k$ (R_k жесткость,

при которой в спектре космических лучей имеется излом) показывает, что в стационарном случае в спектре остается лишь высокоэнергичная часть решения. Чтобы глубже понять основные особенности модификации спектра в среде с полетами Лёви, рассмотрим переход от нестационарного случая к стационарному. Расчеты будем проводить для частного случая $\alpha = 1$, поскольку при этом значении параметра α решение нестационарной задачи записывается в элементарных функциях. Концентрация частиц от точечного импульсного источника при $\alpha = 1$ описывается выражением [10]

$$N(\mathbf{r}, T, R) = \frac{S_0}{R^{-\gamma-\delta}} 2\pi^2 D_0 r^2 \times \\ \times \left[1 - \frac{1}{(D_0^2 T^2 R^{2\delta} / r^2 + 1)} \right]. \quad (8)$$

Здесь T — время инжекции частиц в источнике.

Если для наблюдаемого спектра использовать представление $N = N_0 R^{-\eta(T)}$, то из (8) находим:

$$\eta(T) = \gamma + \delta - \frac{2\delta}{\left(\frac{T^2 D_0^2}{r^2} R^{2\delta} + 1 \right)}. \quad (9)$$

Из (9) нетрудно получить, что при $R \ll R_k$ и $R \gg R_k$ показатели спектра равны, соответственно,

$$\eta_{R \ll R_k} \approx \gamma - \delta,$$

$$\eta_{R \gg R_k} \approx \gamma + \delta,$$

причем $R_k(T) = (r/(TD_0))^{1/\delta}$. Важным результатом является вывод, что в точке $R_k(T)$ показатель наблюдаемого спектра $\eta(T)$ равен показателю спектра γ инжектируемых источником частиц.

Стационарное решение $N(\mathbf{r}, R)$ связано с нестационарным соотношением $N(\mathbf{r}, R) = \lim_{T \rightarrow \infty} N(\mathbf{r}, T, R)$. Выполняя предельный переход в (8) и (9), получаем

$$N(\mathbf{r}, R) = \frac{S_0 R^{-\gamma-\delta}}{2\pi^2 D_0 r^2},$$

$$\eta = \lim_{T \rightarrow \infty} \eta(T) = \gamma + \delta,$$

следующие из (7) при $\alpha = 1$. Осуществляя предельный переход в $R_k(T) = (r/(TD_0))^{1/\delta}$, находим, что $R_k = \lim_{T \rightarrow \infty} R_k(T) \rightarrow 0$. Другими словами, при увеличении времени функционирования источника точка излома смещается в область малых жесткостей. Характер модификации спектра при увеличении T ($T_6 > T_5 > T_4 > T_3 > T_2 > T_1$) показан на рисунке 1.

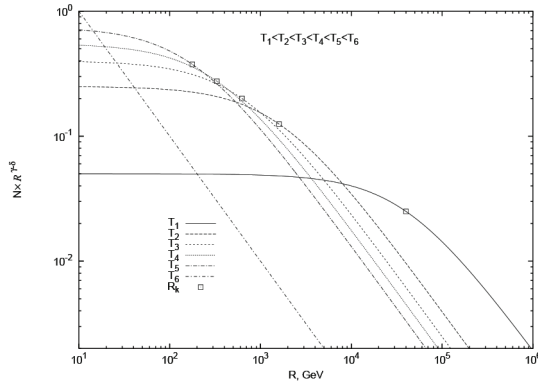


Рис. 1. Форма спектра в зависимости от времени функционирования источника T . Символ $\square$ обозначает положение точки излома

3. Решение стационарного уравнения супердиффузии с учетом потерь энергии

Исследуем теперь влияние на форму спектра космических лучей непрерывных потерь энергии при их распространении в межзвездной галактической среде фрактального типа. Для описания диффузии частиц будем использовать стационарный вариант уравнения супердиффузии, учитывающего потери энергии частиц в приближении непрерывного замедления

$$D(R, \alpha)(-\Delta)^{\alpha/2} N(\mathbf{r}, R) - \frac{\partial(B(R)N(\mathbf{r}, R))}{\partial R} = S(\mathbf{r}, R). \quad (10)$$

Здесь $B(R)$ — средняя скорость потерь энергии космическими лучами.

Соответствующая (10) функция Грина удовлетворяет уравнению

$$D(R, \alpha)(-\Delta)^{\alpha/2} G(\mathbf{r}, R; \mathbf{r}_0, R_0) - \frac{\partial(B(R)G(\mathbf{r}, R; \mathbf{r}_0, R_0))}{\partial R} = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\delta(R - R_0). \quad (11)$$

Переходя в (11) от переменной R к новой переменной [1]

$$\lambda(R; R_0) = \int_{R_0}^R \frac{D(R')}{B(R')} dR' \quad (12)$$

и выполняя преобразование Фурье, получаем при нулевых начальных условиях на бесконечности решение уравнения (11):

$$G(\mathbf{r}, R; \mathbf{r}_0, R_0) = \frac{1}{B(R)} \frac{1}{(2\pi)^3} \times \int_{\mathbb{R}} d\mathbf{k} e^{-|\mathbf{k}|^\alpha \lambda - i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}. \quad (13)$$

Интеграл в (13) есть Фурье-образ плотности трехмерного сферически-симметричного устойчивого

распределения [14]. Учитывая это, окончательно получаем

$$G(\mathbf{r}, R; \mathbf{r}_0, R_0) = \frac{1}{\lambda^{3/\alpha} B(R)} g_3^{(\alpha)} \left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}{\lambda^{1/\alpha}} \right). \quad (14)$$

Для точечного источника со степенным по жесткости спектром инжекции частиц решение (14) приводит к следующему выражению для концентрации частиц:

$$N(\mathbf{r}, R) = \frac{S_0}{B(R)} \times \int_0^{R_0^{max}} \frac{R_0^{-\gamma}}{\lambda^{3/\alpha}(R; R_0)} g_3^{(\alpha)} \left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}{\lambda^{1/\alpha}(R; R_0)} \right) dR_0. \quad (15)$$

4. Спектр частиц в стационарной модели неклассической диффузии с учетом энергетических потерь

Выражение (15) позволяет провести численный анализ модификации спектра космических лучей, обусловленный непрерывными потерями энергии. Для нуклона или ядра с полной энергией E , массой покоя M и зарядом Z , движущихся в среде атомов водорода, потери энергии на возбуждение и ионизацию атомов составляют (в единицах эВ/сек) [7]

$$\frac{dE}{dt} = \frac{4\pi e^4 Z^2 N_e}{mv} \left\{ \ln \left[\frac{2mv^2}{J} \left(\frac{E}{Mc^2} \right) - \frac{v^2}{c^2} \right] \right\}. \quad (16)$$

Здесь v — скорость частицы, N_e — концентрация электронов среды, m — масса электрона, J — потенциал ионизации. Средняя концентрация водорода в 1 см³ для гало и диска Галактики составляет соответственно $\sim 10^{-2}$ и 1 атом. В силу слабой зависимости выражения (16) от энергии частицы при анализе модификации формы спектра (15) за счет энергетических потерь будем их считать постоянными.

Для разных групп ядер в разных областях Галактики характерная величина $B(E)$ составляет $B \sim 10^{-10} \div 10^{-5}$ ГэВ/год. Именно для этих значений $B(E)$ и были проведены численные расчеты спектра космических лучей в стационарном приближении.

Результаты расчетов спектра космических лучей в случае стационарного источника с учетом непрерывных энергетических потерь показаны на рисунках 2–4.

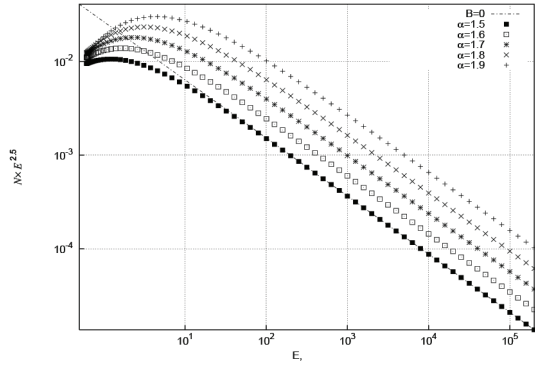


Рис. 2. Поведение энергетического спектра космических лучей $N \times E^{2.5}$ для разных значений показателя α ($B = 10^{-6}$ ГэВ/год)

На рисунке 2 показана форма спектров для разных показателей α при $B = 10^{-6}$ ГэВ/год. Видно, что эффект, связанный с модификацией стационарного спектра за счет потерь энергии, растет с увеличением показателя. Это связано с тем, что меньшие показатели α ответственны за более тяжелые «хвосты» в распределениях пробегов частиц и, таким образом, описывают ситуацию с большим числом аномально длинных свободных пробегов (полетов Лёви). Другими словами, меньшим показателям соответствует более быстрый режим распространения частиц, и энергетические потери для таких случаев будут менее существенны.

На рисунках 3, 4 показано поведение формы спектра при фиксированных показателях $\alpha = 1.5$ и $\alpha = 1.7$ и разных значениях скоростей непрерывных энергетических потерь. Видно, что в обоих режимах супердиффузии модификация спектра существенна в области низких энергий до 10^2 ГэВ для тяжелых и очень тяжелых ядер, распространяющихся в среде со средней концентрацией ($\sim 1 \text{ см}^{-3}$), характерной для диска Галактики. Для легких групп ядер потери энергии несущественны для энергий больших 1 ГэВ.

Рисунок 4 иллюстрирует изменение формы спектра при изменении расстояния r до источника. Расчеты проведены для расстояний, характерных для остатков взрывов сверхновых — возможных источников космических лучей. Влияние потерь энергии возрастает с увеличением пути, который проходят частицы. Однако даже для самых удаленных источников ($r = 3 \text{ кпк}$) в области энергий $E \geq 10^2$ ГэВ влиянием потерь энергии можно пренебречь.

Главным результатом проведенного анализа решения задачи переноса космических лучей в стационарной модели неклассической диффузии является вывод о том, что наблюдаемый в эксперименте излом в спектре космических лучей при $E \approx 3 \cdot 10^{15}$ эВ, получаемый в нестационарном случае без каких-либо дополнительных

предположений, в стационарном приближении отсутствует. На этом основании можно утверждать, что стационарный вариант модели неприменим для описания потока частиц космических лучей во всем энергетическом диапазоне.

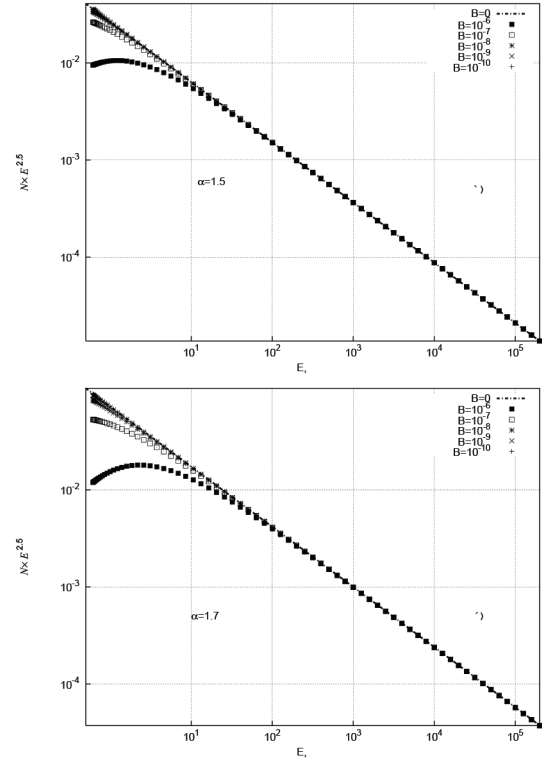


Рис. 3. Поведение энергетического спектра космических лучей $N \times E^{2.5}$ для разных значений средних потерь энергии при $\alpha = 1.5$ и $\alpha = 1.7$

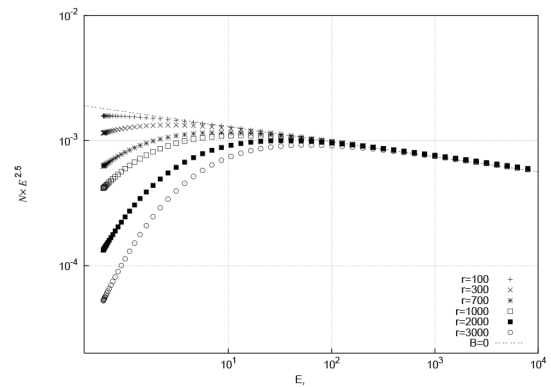


Рис. 4. Поведение энергетического спектра космических лучей $N \times E^{2.5}$ в приближении непрерывного замедления для разных расстояний r (пк) от источника до детектора ($\alpha = 1.7$, $B = 10^{-7}$ ГэВ/год)

Заключение

1. Получено решение уравнения неклассической диффузии частиц от стационарного ис-

точника в среде фрактального типа. Анализ решения приводит к выводу о том, что наблюдаемый спектр не имеет излома, а его показатель спектра $\eta = \gamma + \delta$ в модели стационарной неклассической диффузии совпадает с показателем модели нормальной диффузии. Таким образом, стационарная модель, в отличие от нестационарной, не воспроизводит наблюдаемый спектр, имеющих излом. Фрактальность среды изменяет характер пространственного распределения: вместо закона $(1/r)$ в модели нормальной диффузии имеем $(1/r)^{3-\alpha}$.

2. Проведен анализ модификации спектра частиц при переходе от нестационарного спектра к стационарному в частном случае $\alpha = 1$ для точечного импульсного источника. Установлено, что при увеличении времени функционирования источника точка излома $R_k(T)$ смещается в область малых жестко-

стей. При $T \rightarrow \infty R_k(T)$ стремится к нулю.

3. Проведено исследование влияния непрерывных потерь энергии на форму спектра космических лучей от точечного стационарного источника. Численный анализ полученных решений для основных компонент космических лучей и различных областей Галактики (диска, гало) показал, что непрерывные потери энергии оказывают существенное влияние на форму спектра в диапазоне энергий $E \leq (10 \div 10^2)$ ГэВ. При $E > 10^2$ ГэВ влиянием потерь энергии на спектр частиц в рассматриваемой модели диффузии можно пренебречь.
4. Стационарная модель неклассической диффузии или нормальной диффузии неприменима для описания наблюдаемых спектров частиц во всем энергетическом диапазоне в силу отсутствия излома в спектре частиц в области энергий $E \sim 3 \cdot 10^6$ ГэВ.

Библиографический список

1. Гинзбург В.Л., Сыроватский С.И. Происхождение космических лучей. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 384 с.
2. Березинский В.С., Буланов С.В., Гинзбург В.Л. и др. Астрофизика космических лучей / под. ред. В.Л. Гинзбурга. Изд. 2-е. М.: Наука, 1990. 528 с.
3. Amato E., Blasi P. Cosmic Ray Transport in the Galaxy: A Review // *Advances in Space Research*. 2018. Vol. 62. P. 2731.
4. Evoli C., Aloisio R., Blasi P. Galactic Cosmic Rays after the AMS-02 Observations // *Physical Review D*. 2019. Vol. 99. Art. No 103023.
5. Ptuskin V.S., Rogovaya S.I., Zirakashvili V.N., et al. Diffusion and Drift of Very High Energy Cosmic Rays in Galactic Magnetic Fields // *Astronomy and Astrophysics*. 1993. Vol. 268. P. 726–735.
6. Thoudam S. Origin of the Break in the Cosmic-ray Electron Plus Positron Spectrum at ~ 1 TeV // *Astronomy and Astrophysics*. 2024. Vol. 690. Art. No A351.
7. Дорман Л.И. Экспериментальные и теоретические основы астрофизики космических лучей. М.: Наука, 1975. 461 с.
8. Lagutin A.A., Uchaikin V.V. Fractional Diffusion of Cosmic Rays // *Proceedings of the 27th ICRC (Germany, Hamburg: Copernicus Gesellschaft)*. 2001. Vol. 5. P. 1896.
9. Lagutin A.A., Uchaikin V.V. Anomalous Diffusion Equation: Application to Cosmic Ray Transport // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2003. Vol. 201. P. 212.
10. Lagutin A.A., Makarov V.V., Tyumentsev A.G. Anomalous Diffusion of the Cosmic Rays: Steady State Solution // *Proceedings of the 27th ICRC (Germany, Hamburg: Copernicus Gesellschaft)*. 2001. Vol. 5. P. 1889.
11. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987, 688 с.
12. Lagutin A.A., Volkov N.V. Non-Classical Diffusion of the Cosmic Rays in the Galaxy: Retrieval of Primary Nuclei Spectra in Sources // *Physics of Atomic Nuclei*. 2021. Vol. 84. No 6. P. 975–984.
13. Lagutin A.A., Volkov N.V. Where are the Pevatrons that Form the Knee in the Spectrum of the Cosmic Ray Nucleon Component around 4 PeV? // *Physics of Atomic Nuclei*. 2023. Vol. 86. No 6. P. 1076–1082.
14. Uchaikin V.V., Zolotarev V.M. Chance and Stability. Netherlands. Utrecht: VSP, 1999. 570 p.

References

1. Ginzburg V.L., Syrovatsky S.I. *The Origin of Cosmic Ray*. M.: the USSR Academy of Sciences, 1963. 384 p. (In Russ.).
2. Berezinsky V.S., Bulanov S.V., Ginzburg V.L., et al. *Astrophysics of Cosmic Rays*. Ed. Ginzburg V.L. Ed. 2nd. M.: Nauka, 1990. 528 p. (In Russ.).
3. Amato E., Blasi P. Cosmic Ray Transport in the Galaxy: A Review. *Advances in Space Research*. 2018. Vol. 62. P. 2731.
4. Evoli C., Aloisio R., Blasi P. Galactic Cosmic Rays after the AMS-02 Observations. *Physical Review D*. 2019. Vol. 99. Art. No 103023.

5. Ptuskin V.S., Rogovaya S.I., Zirakashvili V.N. et al. Diffusion and Drift of Very High Energy Cosmic Rays in Galactic Magnetic Fields. *Astronomy and Astrophysics*. 1993. Vol. 268. P. 726–735.
6. Thoudam S. Origin of the Break in the Cosmic-ray Electron Plus Positron Spectrum at ~1 TeV. *Astronomy and Astrophysics*. 2024. Vol. 690. Art. No A351.
7. Dorman L.I. *Experimental and Theoretical Foundations of Cosmic Ray Astrophysics*. M.: Nauka, 1975. 461 p. (In Russ.).
8. Lagutin A.A., Uchaikin V.V. Fractional Diffusion of Cosmic Rays. *Proceedings of the 27th ICRC. Germany, Hamburg: Copernicus Gesellschaft*. 2001. Vol. 5. P. 1896.
9. Lagutin A.A., Uchaikin V.V. Anomalous Diffusion Equation: Application to Cosmic Ray Transport. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2003. Vol. 201. P. 212.
10. Lagutin A.A., Makarov V.V., Tyumentsev A.G. Anomalous Diffusion of the Cosmic Rays: Steady State Solution. *Proceedings of the 27th ICRC. Germany, Hamburg: Copernicus Gesellschaft*. 2001. Vol. 5. P. 1889.
11. Samko S.G., Kilbas A.A., Marichev O.I. *Fractional Integrals and Derivatives — Theory and Applications*. New York: Gordon and Breach, 1993, 976 p. (In Russ.).
12. Lagutin A.A., Volkov N.V. Non-Classical Diffusion of the Cosmic Rays in the Galaxy: Retrieval of Primary Nuclei Spectra in Sources. *Physics of Atomic Nuclei*. 2021. Vol. 84. No 6. P. 975–984.
13. Lagutin A.A., Volkov N.V. Where are the Pevatrons that Form the Knee in the Spectrum of the Cosmic Ray Nucleon Component around 4 PeV? *Physics of Atomic Nuclei*. 2023. Vol. 86. No 6. P. 1076–1082.
14. Uchaikin V.V., Zolotarev V.M. *Chance and Stability*. Netherlands. Utrecht: VSP, 1999. 570 p.

Информация об авторах

А.А. Лагутин, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой радиофизики и теоретической физики, Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия;

Н.В. Волков, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиофизики и теоретической физики, Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия;

А.Г. Тюменцев, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиофизики и теоретической физики, Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия;

Т.Л. Серебрякова, старший преподаватель кафедры радиофизики и теоретической физики, Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия.

Information about the authors

A.A. Lagutin, Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Professor, Head of the Radiophysics and Theoretical Physics Department, Altai State University, Barnaul, Russia;

N.V. Volkov, Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, Associate Professor of the Radiophysics and Theoretical Physics Department, Altai State University, Barnaul, Russia;

A.G. Tyumentsev, Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, Associate Professor of the Radiophysics and Theoretical Physics Department, Altai State University, Barnaul, Russia;

T.L. Serebryakova, Senior Lecturer of the Radiophysics and Theoretical Physics Department, Altai State University, Barnaul, Russia.