

Известия Алтайского государственного университета. 2024. №4 (138). С. 86–91.  
Izvestiya of Altai State University. 2024. No 4 (138). P. 86–91.

Научная статья

УДК 519.688

DOI: 10.14258/izvasu(2024)4-12

## Алгоритмы повышения разрешения цифровых изображений по данным кругового сканирования

Александр Львович Резник<sup>1</sup>, Александр Анатольевич Соловьев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, Новосибирск, reznik@iae.nsk.su

<sup>2</sup>Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, Новосибирск, soloviev@iae.nsk.su

Original article

## Algorithms for Increasing the Resolution of Digital Images Using Circular Scanning Data

Alexander L. Reznik<sup>1</sup>, Alexander A. Soloviev<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Automation and Electrometry SB RAS, Novosibirsk, Russia, reznik@iae.nsk.su

<sup>2</sup>Institute of Automation and Electrometry SB RAS, Novosibirsk, Russia, soloviev@iae.nsk.su

**Аннотация.** В статье описан подход к повышению пространственного разрешения цифровых изображений при использовании технологии кругового сканирования. Изложена методика решения всей цепочки задач, связанных с круговым сканированием изображений, начиная от разработки необходимой математической модели и заканчивая построением конечных программ и алгоритмов оптимальной субпиксельной реконструкции исходных цифровых изображений с повышенным пространственным разрешением. Методом программного моделирования рассчитаны оптимальные значения радиуса сканирования, т.е. определен относительный радиус круговой траектории фотоматрицы, при котором среднеквадратическая ошибка восстановления исходного зашумленного изображения минимальна. Приведены примеры восстановления различных изображений, а также расчеты точности восстановления исходных изображений при различных параметрах кругового сканирования и уровнях мультипликативного и аддитивного шумов. Программная реализация разработанных алгоритмов проведена с использованием системы Matlab.

**Ключевые слова:** круговое сканирование, улучшение разрешения изображений

**Для цитирования:** Резник А.Л., Соловьев А.А. Алгоритмы повышения разрешения цифровых изображений по данным кругового сканирования // Известия Алтайского государственного университета. 2024. № 4 (138). С. 86–91. DOI: 10.14258/izvasu(2024)4-12.

**Abstract.** The article describes an algorithm for increasing the spatial resolution of digital images using circular scanning technology. A methodology for solving the entire chain of problems associated with circular scanning of images is described in full details. It starts with the development of the necessary mathematical model and ends with the final programs and algorithms for optimal subpixel reconstruction of original digital images with increased spatial resolution. The optimal values of the scanning radius are calculated using the software modelling method. It means calculating the relative radius of the photomatrix circular trajectory with the minimal root-mean-square error when reconstructing the original noisy image. Examples of various reconstructed images are shown along with the calculations of reconstruction accuracy for various parameters of circular scanning and levels of multiplicative and additive noise. Software implementation of the developed algorithms is done using the MATLAB system.

**Keywords:** circular scanning, improving image resolution

**For citation:** Reznik A.L., Soloviev A.A. Algorithms for Increasing the Resolution of Digital Images Using Circular Scanning Data. *Izvestiya of Altai State University*. 2024. No 4 (138). P. 86–91. (In Russ.). DOI: 10.14258/izvasu(2024)4-12.

**Финансирование:** работа поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации (проект № 124041700103-1).

**Введение**

Во многих научно-технических областях и практических приложениях информатики возникает необходимость оценивания идеального исходного сигнала (изображения) по результатам измерений, осуществляемых с помощью фотопленок (фотоматриц) низкого разрешения. Использование фотоматриц с высоким пространственным разрешением зачастую затруднено высокими ценовыми затратами, а иногда (например, для матриц ИК-диапазона) возникающие сложности связаны с технологическими проблемами изготовления таких приемных устройств.

Трудоемкость задачи повышения разрешения наблюдаемого исходного изображения определяется требуемой точностью восстановления и зависит от применяемого способа регистрации, который в общем случае описывается двумя характеристиками — траекторией перемещения регистрирующей фотоматрицы и частотой съемки. К настоящему времени многими авторами [1–9] предложено большое число высокопроизводительных схем и алгоритмов повышения разрешения цифровых изображений с использованием различных вычислительных методов и оптимизационных процедур. В большей части разработанных алгоритмов [10–12] предполагается, что совокупность наблюдаемых изображений, по которым должно осуществляться восстановление исходного высокоразрешающего изображения, получена с помощью последовательного перемещения фотоматрицы низкого разрешения по двум взаимно перпендикулярным направлениям на величину, меньшую, чем линейные размеры интегрирующего элемента фотоматрицы. Но такой подход недостаточно эффективен в системах технологического контроля, в которых регистрирующая фотоматрица не может перемещаться вдоль осей прямоугольной системы координат, а требуется круговая траектория сканирования. Именно этому варианту восстановления (оценивания) исходного зашумленного поля посвящено настоящее сообщение.

Возникающую при этом задачу с переизбыточной (переопределенной) системой уравнений предлагается решать с помощью метода наименьших квадратов, когда минимизируется суммарная неувязка между вектором наблюдений и отыскиваемым решением. Ниже изложена методика решения всей цепочки задач, связанных с круговым сканированием изображений, начиная от разработки необходимой математической модели и заканчивая построением конечных программ и алгоритмов оптимальной субпиксельной реконструкции исходных цифровых изображе-

**Funding:** the study was supported by Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project no. № 124041700103-1).

ний с повышенным пространственным разрешением. Кроме того, методом программного моделирования рассчитаны оптимальные значения радиуса сканирования, т.е. определен относительный радиус круговой траектории фотоматрицы, при котором среднеквадратическая ошибка восстановления исходного зашумленного изображения минимальна.

**Описание алгоритма повышения пространственного разрешения изображений на основе кругового сканирования**

В рамках рассматриваемой модели считается, что исходное цифровое изображение (рис. 1), подлежащее восстановлению, представляет собой двумерный числовой массив  $F_{ij}$ , соответствующий аппроксимации нулевого порядка  $f(0)(x,y)$  функции двух переменных  $f(x,y)$ . Другими словами, имеется набор регулярно заданных на квадратной решетке отсчетов, которому отвечает кусочно-разрывная функция  $f(0)(x,y)$ , являющаяся константой внутри каждого элементарного пикселя  $(i,j)$  площадью  $S_{\Delta}=\Delta^2$ :

$$f^{(0)}(x,y)=F_{ij}, \quad (i-1)\Delta < x < i\Delta, \quad (j-1)\Delta < y < j\Delta, \quad (i,j=1,\dots,N), \text{ где}$$

$$F_{ij} = \frac{1}{S_{\Delta}} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \int_{(j-1)\Delta}^{j\Delta} f(x,y) dx dy.$$

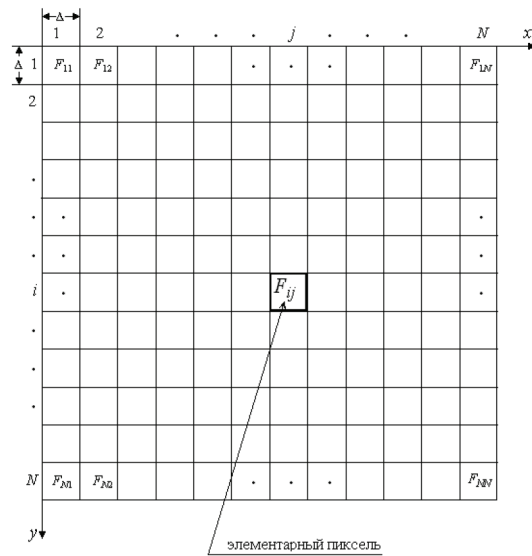


Рис.1. Представление исходного (подлежащего восстановлению) цифрового изображения

Таким образом, в дальнейшем вариацией функции  $f(x,y)$  внутри каждого элемента размером  $(\Delta \times \Delta)$  будем пренебрегать. Кроме того, не ограничивая общ-

ности, будем считать, что  $\Delta=1$ . Процесс кругового сканирования такого изображения есть многократное считывание исходного изображения движущейся фотоматрицей, имеющей апертуру интегрирования  $(\Omega \times \Omega)$ ,  $\Omega > \Delta$ , т.е. апертуру, линейные размеры которой в  $(\Omega/\Delta)$  раз превосходят линейные размеры пикселя восстанавливаемого изображения. При этом траектория движения фотоматрицы является окружностью радиуса  $R$ .

Ниже для простоты будем полагать, что как фотоматрица в целом, так и каждый ее элемент последовательно «пробегает»  $K$  позиций, равномерно распределенных по окружности радиуса  $R$  (естественно, каждому элементу фотоматрицы соответствует своя окружность и свой дискретный набор из  $K$  позиций на этих окружностях). Возможный «смаз» изображения, связанный с круговым движением фотоматрицы, на первом этапе в расчет не принимается. Результатом такой регистрации являются  $K$  цифровых изображений низкого разрешения (разрешение по каждой координате ниже в  $(\Omega/\Delta)$  раз по сравнению с исходным изображением), по которым требуется восстановить исходное цифровое изображение  $F_{ij}$ .

Разработанный и реализованный нами программный стенд позволяет средствами имитационного моделирования проводить на ЭВМ отработку алгоритмов синтеза и восстановления цифровых изображений по набору изображений более низкого разрешения, получаемых в процессе кругового сканирования исходного двумерного поля. Входными

данными для программ, осуществляющих восстановление изображений с исходным (т.е. повышенным) пространственным разрешением, являются:

1. Набор из  $K$  наблюдаемых изображений  $U_{st}^{(k)}$ ,  $k = \overline{1, K}$  (параметр  $K$  регулируется программно).
2.  $L = \Omega/\Delta$  — отношение линейного размера элемента фотоматрицы низкого разрешения к линейному размеру пикселя восстанавливаемого изображения (регулируется программно).
3.  $R/\Delta$  — радиус кругового сканирования, заданный в относительных единицах. При этом оптимальное значение параметра  $R/\Delta$  должно определяться по результатам расчетов.

На первом этапе формируется исходный двумерный цифровой массив  $F_{ij}$ , представляющий собой дискретизированный по пространству и квантованный по уровню набор отсчетов некоей аналитически либо таблично заданной функции  $f(x, y)$ . Число уровней квантования регулируется программно (в частности, квантование может вообще не проводиться — в этом случае расчеты ведутся с числовыми данными, представленными в формате с плавающей запятой). Затем из исходного массива  $F_{ij}$ ,  $(i, j = \overline{1, K})$  формируются наборы  $U_{st}^{(k)}$ ,  $k = \overline{1, K}$  ( $s, t = \overline{1, N(\Omega)}$ ;  $k = \overline{1, K}$ ), которые будут соответствовать наблюдаемым в результате кругового сканирования низкоразрешающим изображениям. При каждом фиксированном  $k$  отдельный отсчет  $U_{st}^{(k)}$  есть, как уже отмечалось, результат «интегрирования» исходного цифрового изображения  $F_{ij}$  по апертуре  $(\Omega \times \Omega)$  с центром в точке

$$(x_{st}^{(k)}, y_{st}^{(k)}) = (x_{st}^{(0)} + R \cos \frac{2\pi(k-1)}{K}, x_{st}^{(0)} + R \sin \frac{2\pi(k-1)}{K}).$$

На рисунке 2 показаны примеры исходного изображения  $F_{ij}$  (фрагмент «шахматной» доски), а также двух из 16 изображений с низким пространственным разрешением, полученных с помощью имитации

процесса кругового сканирования исходного изображения при следующих параметрах:  $K=16$ ;  $L=89/29$  ( $\approx 3.069$ );  $R=1,1$ .

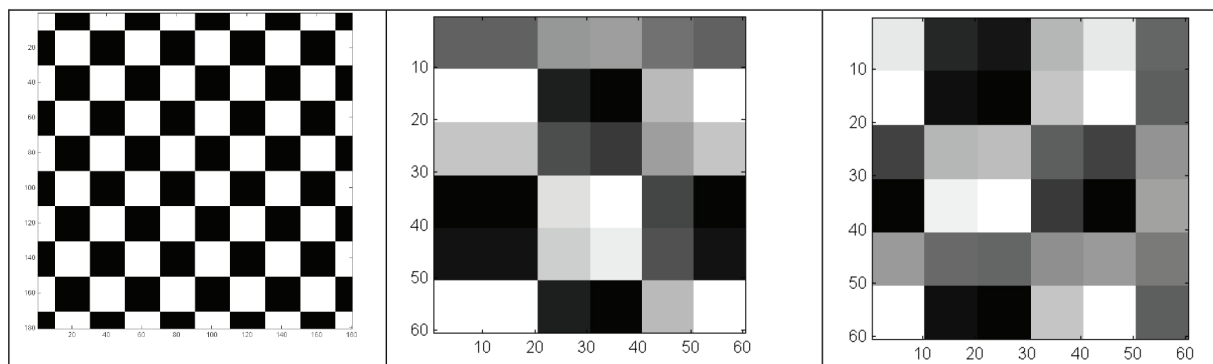


Рис. 2. Исходное изображение (фрагмент «шахматной доски») и два из 16 смоделированных изображений низкого разрешения, по которым восстанавливалось исходное высокоразрешающее изображение

**Реализация алгоритма на ЭВМ**

Так как физически процесс кругового сканирования изображений неизбежно сопровождается помехами, связанными, с одной стороны, с динамически пространственно-распределенными случайными шумами, а, с другой стороны, с шумами самого регистрирующего тракта, то в нашем случае моделирование на ЭВМ процесса синтеза регистрируемых изображений включало в качестве составного этапа программную эмуляцию такого рода шумов. В представляемой программной модели предусмотрена генерация случайных шумов двух типов: мультипликативного, уровень которого коррелирован с уровнем интегрируемого сигнала, и аддитивного случайного шума, уровень которого не зависит от регистрируемого сигнала, а лишь характеризует сам регистрирующий тракт.

В результате имитационного моделирования процесса кругового сканирования возникает система линейных уравнений, связывающая каждое из выражений  $U_{st}^{(k)}$  с теми из набора элементарных и подлежащих оцениванию отсчетов  $F_{ij}$  исходного изображения, которые попадают в апертуру интегрирования ( $\Omega \times \Omega$ ) с центром в точке  $x_{st}^{(k)}, y_{st}^{(k)}$ . При этом отсчет, соответствующий в плоскости  $X \times Y$  элементарному пикселю ( $\Delta \times \Delta$ ), берется с весом единица, если пиксель целиком попадает в апертуру интегрирования, и с весом, равным отношению площади пересечения пикселя и апертуры к площади элементарного пикселя  $S_{\Delta} = \Delta^2$ , в том случае, когда этот пиксель лишь частично попадает в указанную апертуру.

В общем случае количество линейных уравнений, связывающих многомерный массив зарегистрированных наблюдений  $U_{st}^{(k)}$  с двумерным восстанавливаемым массивом неизвестных  $F_{ij}$ , превосходит количество неизвестных  $N^2$ , т.е. возникающая система линейных уравнений является переопределенной. Решается она методом наименьших квадратов, так что итоговое выражение для каждой из компонент  $F_{ij}$  вектора-решения  $F$  есть линейно-взвешенная комбинация наблюдаемых значений  $U_{st}^{(k)}$  с матрицей весовых коэффициентов  $W(1:N^2; 1:(K \times [\text{entier}(N/(\Omega/\Delta))]^2))$ . Это означает, что матрица  $W$  для заданных параметров кругового сканирования может быть рассчитана однократно, а в дальнейшем использоваться для восстановления неизвестного исходного изображения повышенного разрешения путем умножения на вектор наблюдений  $U$ .

Поскольку эмуляция процесса кругового сканирования в данном случае осуществлялась в отсутствие шумов, то точность восстановления практически абсолютна. При этом сначала программно формируется исходное цифровое изображение высокого разрешения, затем синтезируется набор физически регистрируемых цифровых изображений, включая наложение мультипликативных и аддитивных шумов, а далее осуществляется реконструкция исходного изображения.

Разработанная программная система, выполненная в системе программирования Matlab, позволяет не только проводить процесс реставрации изображений с повышенным разрешением, но также рассчитывать оптимальные параметры самого процесса кругового сканирования. Примером такой оптимизации могут служить данные из таблицы.

**Результаты**

Результаты

Расчет ошибки восстановления исходного сигнала (отношение шум/сигнал) в зависимости от радиуса сканирования

№ реализации \ Радиус сканирования	0,9	1	1,1	1,2	1,25	1,3	1,4	1,5
Реализация № 1	0,105	0,074	0,077	0,073	0,073	0,071	0,238	3,792
Реализация № 2	0,276	0,076	0,112	0,137	0,087	0,076	0,170	13,149
Реализация № 3	0,142	0,136	0,114	0,160	0,073	0,112	0,185	2,794
Реализация № 4	0,190	0,260	0,115	0,081	0,073	0,115	0,126	5,773
Реализация № 5	0,447	0,133	0,118	0,106	0,086	0,132	0,103	4,608
Реализация № 6	0,317	0,086	0,188	0,103	0,071	0,103	0,204	2,669
Реализация № 7	0,493	0,235	0,200	0,110	0,064	0,066	0,218	4,436
Реализация № 8	0,270	0,274	0,101	0,116	0,068	0,128	0,118	7,441
Реализация № 9	0,294	0,146	0,106	0,119	0,077	0,131	0,172	3,742
Реализация № 10	0,620	0,082	0,254	0,102	0,074	0,056	0,100	5,738
Средняя ошибка восстановления по 10 реализациям	0,315	0,150	0,139	0,111	0,075 (min)	0,099	0,163	5,414

Расчеты проводились с целью определения оптимального радиуса сканирования при фиксированном значении относительной апертуры интегрирования

$\Omega/\Delta$ . Критерием оптимальности алгоритма восстановления служило отношение  $\sigma_1 / \sigma_0$ , где  $\sigma_1^2$  — дисперсия изображения, являющегося разницей между

восстановленным и исходным изображениями, а  $\sigma_0^2$  — дисперсия исходного изображения.

Из приведенных выше данных видно, что, например, когда методом кругового сканирования пространственное разрешение по обеим координатам улучшается в  $89/29 \approx 3.069$  раз, оптимальным радиусом круговой траектории является  $R=1.25\Delta$ . Это отчетливо проявляется в виде минимума по последней строке таблицы. Численное значение этого минимума, равное 0.075, соответствует величине шум/сигнал и свидетельствует о высоком качестве восстановления исходного сигнала, достигаемом при  $R_{opt.} = 1.25\Delta$ . (Контрольные расчеты проводились при наличии мультипликативного и аддитивного шумов, так как в их отсутствие восстановление исходного цифрового изображения осуществляется без какой

бы то ни было погрешности. Для получения статистически достоверных оценок все результаты усреднялись по 10 реализациям случайного шума.)

Аналогичным образом были произведены расчеты точности восстановления исходного сигнала при других параметрах кругового сканирования и других уровнях мультипликативного и аддитивного шумов. В качестве иллюстрации на рисунке 3 приведен один из примеров восстановления зашумленного изображения методом кругового сканирования со следующими параметрами: радиус  $R=1,2$ ; относительная апертура интегрирования — 3,069; количество низкоразрешающих изображений — 16; уровень аддитивного шума — 0,2; уровень мультипликативного шума — 0,01; полученное качество восстановления — 0,07851.

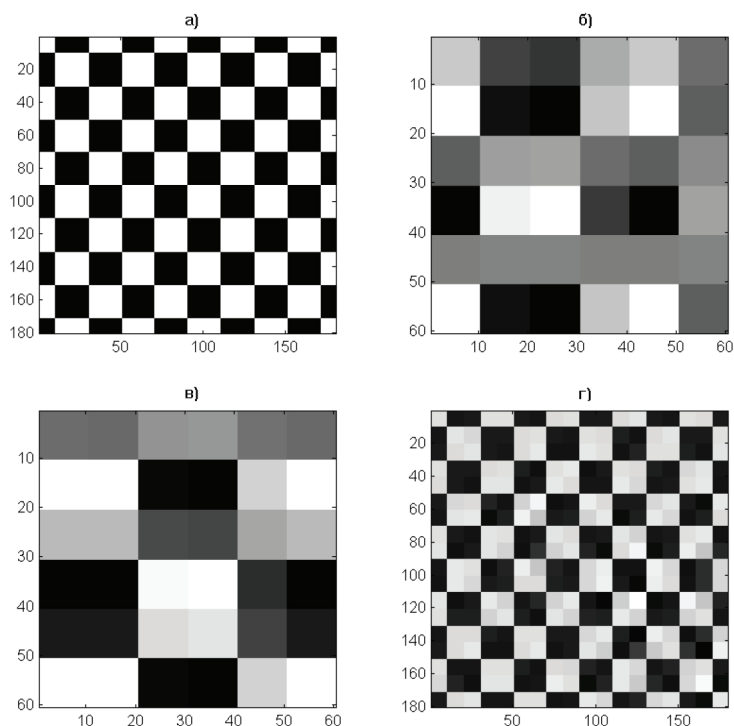


Рис. 3. Пример восстановления исходного изображения в присутствии шумов. а) исходное изображение; б), в) два из 16 исходных изображений низкого разрешения, по которым проводилось восстановление; г) восстановленное цифровое изображение

**Заключение**

Построены новые эффективные алгоритмы повышения пространственного разрешения фотомат-

ричных изображений, основанные на оптимальной цифровой обработке результатов кругового сканирования.

**Библиографический список**

1. Lepcha D., Goyal B., Dogra A., Goyal V. Image Super-Resolution: A Comprehensive Review, Recent Trends, Challenges and Applications // Information Fusion. 2023. Vol. 91. No 1. P. 230–260. DOI: 10.1016/j.inffus.2022.10.007
2. Deshpande A., Estrela V., Razmjoooy N. Computational Intelligence Methods for Super-Resolution in Image Processing Applications. New York: Springer Cham, 2022. 305 p.

3. El-Samie F. *Image Super-Resolution and Applications*. London: Routledge, 2019. 504 p.
4. Irani M., Peleg S. Improving Resolution by Image Registration // *Graphical Models and Image Processing*. 1991. Vol. 53. No 3. P. 231–239. DOI: 10.1016/1049-9652(91)90045-L
5. Васильков С., Ефимов В., Резник А. Быстрая цифровая реконструкция сигналов и изображений по критерию минимума энергии // *Автоматрия*. 2003. Т. 40. № 4. С. 13–20.
6. Bose N., Lertrattanapanich S., Chappalli M. Super-resolution with Second Generation Wavelets // *Signal Processing: Image Communication*. 2004. Vol. 19. No 5. P. 387–391. DOI: 10.1016/j.image.2004.02.001
7. Katsaggelos A., Molina R., Mateos J. *Super Resolution of Images and Video*. New York: Springer Cham. 2007. 134 p.
8. Xue R., Kang Y. Zhang T., Li L. Zhao W. Sub-Pixel Scanning High-Resolution Panoramic 3D Imaging Based on a SPAD Array // *IEEE Photonics Journal*. 2021. Vol. 13. No. 4. DOI: 10.1109/JPHOT.2021.3103817
9. Bose N., Ng M. Analysis of Displacement Errors in High-Resolution Image Reconstruction. Special Issue on Multidimensional Signals and Systems // *IEEE Trans. Circuits and Systems-I*. 2002. Vol. 49. No 6. P. 806–813. DOI: 10.1109/TCSI.2002.1010035
10. Lu Y., Inamura M. Spatial Resolution Improvement of Remote Sensing Images by Fusion of Subpixel-shifted Multi-observation Images // *International Journal of Remote Sensing*. 2003. Vol. 24. No 23. P. 4647–4660. DOI: 10.1080/01431160310001595064
11. Резник А., Ефимов В. Повышение пространственного разрешения цифровых изображений и сигналов с помощью регулируемого субпиксельного сканирования // *Микросистемная техника*. 2003. № 8. С. 20–25.
12. Reznik A. Soloviev A. Torgov A. Improving the Spatial Resolution of Digital Images and Video Sequences Using Subpixel Scanning // *CEUR Workshop Proceedings*. 2021. Vol. 3006. P. 238–245. DOI: 10.25743/SDM.2021.44.67.029

## References

1. Lepcha D., Goyal B., Dogra A., Goyal V. Image Super-Resolution: A Comprehensive Review, Recent Trends, Challenges and Applications. *Information Fusion*. 2023. Vol. 91. No 1. P. 230–260. DOI: 10.1016/j.inffus.2022.10.007
2. Deshpande A., Estrela V., Razmjoooy N. *Computational Intelligence Methods for Super-Resolution in Image Processing Applications*. New York: Springer Cham, 2022. 305 p.
3. El-Samie F. *Image Super-Resolution and Applications*. London: Routledge, 2019. 504 p.
4. Irani M., Peleg S. Improving Resolution by Image Registration. *Graphical Models and Image Processing*. 1991. Vol. 53. No 3. P. 231–239. DOI: 10.1016/1049-9652(91)90045-L
5. Vas'kov S., Efimov V., Reznik A. Fast Digital Reconstruction of Signals and Images Based on the Minimum Energy Criterion. *Avtometriya*, 2003. Vol. 40. No 4. P. 13–20.
6. Bose N., Lertrattanapanich S., Chappalli M. Super-resolution with Second Generation Wavelets. *Signal Processing: Image Communication*. 2004. Vol. 19. No 5. P. 387–391. DOI: 10.1016/j.image.2004.02.001
7. Katsaggelos A., Molina R., Mateos J. *Super Resolution of Images and Video*. New York: Springer Cham. 2007. 134 p.
8. Xue R., Kang Y. Zhang T., Li L. Zhao W. Sub-Pixel Scanning High-Resolution Panoramic 3D Imaging Based on a SPAD Array. *IEEE Photonics Journal*. 2021. Vol. 13. No 4. DOI: 10.1109/JPHOT.2021.3103817
9. Bose N., Ng M. Analysis of Displacement Errors in High-Resolution Image Reconstruction. Special Issue on Multidimensional Signals and Systems. *IEEE Trans. Circuits and Systems-I*. 2002. Vol. 49. No 6. P. 806–813. DOI: 10.1109/TCSI.2002.1010035
10. Lu Y., Inamura M. Spatial Resolution Improvement of Remote Sensing Images by Fusion of Subpixel-Shifted Multi-Observation Images. *International Journal of Remote Sensing*. 2003. Vol. 24. No 23. P. 4647–4660. DOI: 10.1080/01431160310001595064
11. Reznik A., Efimov V. Increase the Spatial Resolution of Digital Images and Signals Using Adjustable Subpixel Resolution. *Microsystems Technology*. 2003. No 8. P. 20–25.
12. Reznik A. Soloviev A. Torgov A. Improving the Spatial Resolution of Digital Images and Video Sequences Using Subpixel Scanning. *CEUR Workshop Proceedings*. 2021. Vol. 3006. P. 238–245. DOI: 10.25743/SDM.2021.44.67.029

### Информация об авторах

**А.Л. Резник**, доктор технических наук, заведующий лабораторией вероятностных методов исследования информационных процессов, Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, Новосибирск, Россия;

**А.А. Соловьев**, кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории вероятностных методов исследования информационных процессов, Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, Новосибирск, Россия.

### Information about the authors

**A.L. Reznik**, Doctor of Sciences in Technology, Head of the Laboratory of Probability Research Methods for Information processing, Institute of Automation and Electrometry SB RAS, Novosibirsk, Russia;

**A.A. Soloviev**, Candidate of Sciences in Technology, Senior Researcher of the Laboratory of Probability Research Methods for Information processing, Institute of Automation and Electrometry SB RAS, Novosibirsk, Russia.