

МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Научная статья

УДК 532.5 + 517.95 + 519.63

DOI: 10.14258/izvasu(2024)4-07

Двумерная задача фильтрации газа в пороупругой среде

Рудольф Александрович Вирц

Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия,
virtsrudolf@gmail.com

MATHEMATICS AND MECHANICS

Original article

Two-Dimensional Problem of Gas Filtration in Poroelastic Medium

Rudolf A. Virts

Altai State University, Barnaul, Russia, virtsrudolf@gmail.com

Аннотация. В данной статье рассматривается двумерная математическая модель захоронения углекислого газа (диоксида углерода, CO_2) в недрах земли. Определяющая система уравнений состоит из уравнений фильтрации жидкости или газа, являющихся обобщением моделей фильтрации Маскета — Леверетта. Предположение о малости скорости движения твердой фазы, а также о несжимаемости газовой и твердой фаз позволило свести исходную систему определяющих уравнений к задаче для отыскания эффективного давления и пористости среды. Область фильтрации представляет собой пласт горной породы, снизу через скважину в который подается газ с заданной постоянной скоростью. Верхняя граница является кровлей пласта, а боковые и нижняя границы пласта ограничены непроницаемыми породами. Рассматривается частный случай нагнетания газа, когда на кровле пласта ставится условие непротекания для двух фаз, и случай, когда поверхность является проницаемой для газа. Выход углекислого газа на поверхность понимается за счет увеличения пористости у кровли пласта. Проведено численное моделирование полученной начально-краевой задачи и анализ полученных результатов.

Ключевые слова: пористость, фильтрация, пороупругость, численное решение, закачка

Для цитирования: Вирц Р.А. Двумерная задача фильтрации газа в пороупругой среде // Известия Алтайского государственного университета. 2024. № 4 (138). С. 57–62. DOI: 10.14258/izvasu(2024)4-07.

Abstract. This article discusses a two-dimensional mathematical model of carbon dioxide (CO_2) burial in the Earth's interior. The defining system of equations consists of liquid or gas filtration equations which are a generalization of the Masket — Leverett filtration models. The assumption of the small movement speed of the solid phase, as well as the incompressibility of the gas and solid phases, makes it possible to reduce the original system of governing equations to the problem of finding the effective pressure and porosity of the medium. The filtration area is a rock layer into which gas is supplied from below through a well at a given constant speed. The upper boundary is the roof of the formation, and the lateral and lower boundaries of the formation are limited by impermeable rocks. Special cases of gas injection are considered when a non-flow condition is imposed on the roof of the formation for two phases and when the surface is permeable to gas. The release of carbon dioxide to the surface is understood to be due to an increase in porosity at the top of the formation. Numerical modeling of the resulting initial boundary value problem and analysis of the results are carried out.

Keywords: porosity, filtration, poroelasticity, numerical solution, injection

For citation: Virts R.A. Two-Dimensional Problem of Gas Filtration in Poroelastic Medium. *Izvestiya of Altai State University*. 2024. No 4 (138). P. 57–62. (In Russ.). DOI: 10.14258/izvasu(2024)4-07.

Финансирование: исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-71-10045, <https://rscf.ru/project/23-71-10045/>.

Введение

Одним из способов решения проблемы улавливания и хранения углекислого газа является использование технологии захвата и захоронения углекислого газа. Утилизация диоксида углерода является перспективным методом снижения выбросов CO_2 в атмосферу и способствует борьбе с изменением климата. Эффективность данного метода зависит от выбора оптимальной технологии захвата, транспортировки и инъекции углекислого газа в глубокие геологические образования, такие как залежи нефти и газа, пустующие шахты или подземные водоносные слои. Для успешной реализации захоронения CO_2 необходимо разработать надежную инфраструктуру для транспортировки углекислого газа от источников выбросов до мест его захоронения. В настоящее время многие страны проводят исследования и эксперименты по внедрению данной технологии на практике. Однако, несмотря на значительный прогресс в этой области, существуют технические, экономические и социальные проблемы, которые затрудняют широкое внедрение технологии захоронения. Продолжение исследований и разработка новых методов захвата и хранения углекислого газа являются важными направлениями для успешной борьбы с изменением климата и улучшения качества окружающей среды.

Процессам утилизации углекислого газа в пористых средах посвящена обширная литература. В работе [1] проведена детальная оценка возможностей симуляторов пласта и динамика закачанного углекислого газа. Для достижения разумных временных масштабов было построено геологическое хранилище лабораторного размера, составившее основу как для экспериментальной, так и для вычислительной работы. В работе [2] исследованы модели коллектора, обеспечивающие вертикально-неоднородные петрофизические свойства (с однородными параметрами по каждому слою модели). Были оценены два показателя эффективности хранения CO_2 : объемное вытеснение и микроскопическое вытеснение. В статье [3] представлен вложенный нейронный оператор Фурье в платформу машинного обучения для динамического трехмерного моделирования хранения CO_2 с высоким разрешением в масштабе бассейна. Разработан численный симулятор, обеспечивающий моделирование в реальном времени и вероятностное моделирование, которое может поддерживать масштабирование глобального развертывания за-

Funding: the study was supported by the Russian Science Foundation grant No 23-71-10045, <https://rscf.ru/project/23-71-10045/>.

хоронения углекислого газа. Более подробный обзор см. в [4].

1. Постановка задачи

Рассматриваемая в работе математическая модель фильтрации газа в пороупругой среде, состоящая из законов сохранения масс для каждой из фаз, закона Дарси, реологического соотношения для пористой среды и уравнения баланса сил, имеет вид [5, 6]:

$$\frac{\partial \phi \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi \vec{v}_f \rho_f) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_s (1 - \phi)}{\partial t} + \nabla \cdot ((1 - \phi) \vec{v}_s \rho_s) = 0, \quad (2)$$

$$\phi (\vec{v}_f - \vec{v}_s) = -\frac{K(\phi)}{\mu} (\nabla p_f - \rho_f \vec{g}), \quad p_f = p_{tot} - p_e, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{v}_s = -a_1(\phi) p_e - a_2(\phi) \left(\frac{\partial p_e}{\partial t} + \vec{v}_s \cdot \nabla p_e \right), \quad (4)$$

$$\rho_{tot} \vec{g} + \text{div} \left((1 - \phi) \eta \left(\frac{\partial \vec{v}_s}{\partial \vec{x}} + \left(\frac{\partial \vec{v}_s}{\partial \vec{x}} \right)^* \right) \right) - \nabla p_{tot} = 0, \quad (5)$$

где $\rho_f, \rho_s, \vec{v}_f, \vec{v}_s$ — соответственно истинные плотности и скорости газовой и твердой фаз, ϕ — пористость, p_f, p_s — соответственно давления газовой и твердой фаз, $p_e = p_{tot} - p_f$ — эффективное давление, $p_{tot} = \phi p_f + (1 - \phi) p_s$ — общее давление, $\rho_{tot} = \phi \rho_f + (1 - \phi) \rho_s$ — плотность двухфазной среды, $\vec{g} = (0, -g)$ — вектор силы тяжести; $K(\phi) = k' \phi^n$ — коэффициент проницаемости, k' — проницаемость пористой среды, μ — динамическая вязкость газа; $a_1(\phi)$ — коэффициент объемной вязкости; $a_2(\phi)$ — коэффициент объемной сжимаемости. В дальнейшем используется обозначение $k(\phi) = K(\phi)/\mu$. Плотности газовой и твердой фаз считаются постоянными. Задача записана в эйлеровых координатах $(x, y, t) \in Q_T$.

Особенностью рассматриваемой в данной работе модели является переменный характер пористости. Близкие по структуре системы уравнений рассматривались в работах [5–12].

Преобразуем систему (1)–(5). Складывая уравнения (1)–(2) системы, имеем

$$\nabla \cdot (\phi (\vec{v}_f - \vec{v}_s)) = -\nabla \cdot \vec{v}_s, \quad (6)$$

и используя закон Дарси (3) и реологическое соотношение (4), получим

$$\nabla \cdot (-k(\phi)(\nabla p_{tot} - \nabla p_e - \rho_f \vec{g})) = -\nabla \cdot \vec{v}_s. \quad (7)$$

Закон сохранения массы для твердой фазы представим в виде

$$\frac{1}{1-\phi} \frac{d\phi}{dt} = \nabla \cdot \vec{v}_s. \quad (8)$$

Уравнения (6)–(7) с использованием реологического соотношения (4) преобразуются к виду

$$\nabla \cdot (-k(\phi)(\nabla p_{tot} - \nabla p_e - \rho_f \vec{g})) = a_1(\phi)p_e + a_2(\phi) \frac{dp_e}{dt}, \quad (9)$$

$$\frac{1}{1-\phi} \frac{d\phi}{dt} = -a_1(\phi)p_e - a_2(\phi) \frac{dp_e}{dt}, \quad (10)$$

где $d(\cdot)/dt = \partial(\cdot)/\partial t + \vec{v}_s \nabla(\cdot)$. В дальнейшем предполагается, что скорость движения твердой фазы пренебрежимо мала. В этом случае конвективным слагаемым можно пренебречь ($d(\cdot)/dt \sim \partial(\cdot)/\partial t$) [5]. Вязкость газа много меньше сдвиговой вязкости скелета, поэтому в приложениях в уравнении баланса сил (5) девиатором тензора напряжения в газовой фазе пренебрегают [6]. С учетом вышесказанных допущений уравнения (8)–(9) преобразуются к системе для нахождения эффективного давления и пористости

$$\nabla \cdot (k(\phi)(\nabla p_e - \rho \vec{g})) = a_1(\phi)p_e + a_2(\phi) \frac{\partial p_e}{\partial t}, \quad (11)$$

$$\frac{1}{1-\phi} \frac{\partial \phi}{\partial t} = -a_1(\phi)p_e - a_2(\phi) \frac{\partial p_e}{\partial t}, \quad (12)$$

где $\rho = (1-\phi)\Delta\rho$, $\Delta\rho = \rho_s - \rho_f$.

Будем рассматривать задачу фильтрации газа в ограниченной области Ω переменных (x, y) с границей Γ , состоящей из различных участков: проницаемой области для газа Γ_1 , соответствующей нагнетательной скважине, непроницаемых границ $\Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_5, \Gamma_6$ и поверхности Γ_4 . Обозначим $Q_T = \Omega \times (0, T)$ и $S_i = \Gamma_i \times (0, T)$ для $i = 1, \dots, 6$. На глубине H метров происходит закачка углекислого газа (CO_2) со скоростью $v(t)$, где $v(t) \geq 0$. Ширина области равна L метров. Таким образом, формулируется начально-краевая задача для уравнений (11)–(12) в указанной геометрии (рис. 1).

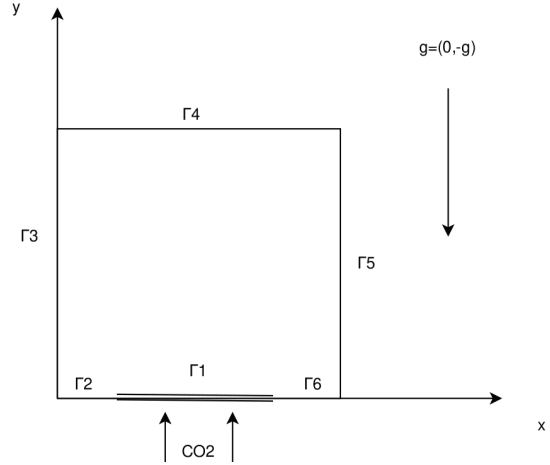


Рис. 1. Область фильтрации

Условия непротекания для твердой фазы и притока газа на Γ_1 имеют вид

$$(\vec{v}_s \cdot \vec{n}) = 0, \quad (\vec{v}_f \cdot \vec{n}) = -v(t), \quad v|_{t=0} = 0, \quad (x, y, t) \in S_0 = \Gamma_1 \times (0, T), \quad (13)$$

где \vec{n} — единичный вектор внешней нормали к Γ_i .

На участках $\Gamma_i, i = 2, 3, 5, 6$ условия непротекания для твердой фазы и газа имеют вид

$$(\vec{v}_s \cdot \vec{n}) = 0, \quad (\vec{v}_f \cdot \vec{n}) = 0, \quad (x, y, t) \in S_i. \quad (14)$$

На границе Γ_4 задаются давления твердой фазы и газа (p_s и p_f), совпадающие с литостатическим и гидростатическим [6] соответственно:

$$p_f = p_a + \rho_f g(H - y), \quad p_s = p_a + \rho_s g(H - y), \quad (x, y, t) \in S_4, \quad (15)$$

где p_a — атмосферное давление.

Помимо граничных условий, необходимо задать также начальное распределение эффективного давления и пористости

$$p_e(x, y, 0) = p_e^0(x, y), \quad \phi(x, y, 0) = \phi^0(x, y).$$

Перепишем граничные условия применительно к функции p_e . С использованием закона Дарси (3) и представления для p_e краевые условия (13)–(15) преобразуются к виду

$$\frac{k(\phi)}{\phi} (\nabla p_e - \rho \vec{g}) \cdot \vec{n} = v(t), \quad (x, y, t) \in S_1, \quad (16)$$

$$(\nabla p_e - \rho \vec{g}) \cdot \vec{n} = 0, \quad (x, y, t) \in S_i, \quad i = 2, 3, 5, 6, \quad (17)$$

$$p_e = 0, \quad (x, y, t) \in S_4. \quad (18)$$

Перейдем к безразмерным переменным

$$x' = x/L, \quad y' = y/H, \quad t' = t/T,$$

$$p'_e = p_e/P, \quad v' = v/V.$$

Область изменения переменных x, y, t представляет собой квадрат со стороной равной единице. Коэффициенты объемной вязкости и объемной сжимаемости обычно определяются эмпирически. В частности, они выражаются следующим образом: $a_1(\phi) = \phi^m/\eta, a_2(\phi) = \phi^l\beta_\phi$, где η — вязкость твердой фазы, β_ϕ — коэффициент сжимаемости пористой среды, $l = 1/2, m = 2, n = 3$ [5]. Таким образом, система уравнений (11)–(12) с краевыми условиями (16)–(18) принимает следующий вид:

$$\alpha \frac{\partial}{\partial x} \left(\phi^n \frac{\partial p_e}{\partial x} \right) + \varepsilon \frac{\partial}{\partial y} \left(\phi^n \left(\frac{\partial p_e}{\partial y} + (1 - \phi) \right) \right) = \lambda \phi^m p_e + \omega \phi^l \frac{\partial p_e}{\partial t}, \quad (19)$$

$$\frac{1}{1 - \phi} \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\lambda \phi^m p_e - \omega \phi^l \frac{\partial p_e}{\partial t}, \quad (20)$$

$$\phi^{n-1} \left(\frac{\partial p_e}{\partial y} + (1 - \phi) \right) = v(t), \quad (x, y, t) \in S_1, \quad (21)$$

$$\frac{\partial p_e}{\partial x} = 0, \quad (x, y, t) \in \{S_3, S_5\}, \quad (22)$$

$$\frac{\partial p_e}{\partial y} + (1 - \phi) = 0, \quad (x, y, t) \in \{S_2, S_6\}, \quad (23)$$

$$p_e = 0, \quad (x, y, t) \in S_4. \quad (24)$$

Масштабы давления и скорости принимаются равными $P = \Delta \rho g H$ и $V = \Delta \rho g k' / \mu$ соответственно. Другие безразмерные параметры имеют вид: $\alpha = k' PT / (\mu L^2)$, $\varepsilon = k' PT / (\mu H^2)$, $\lambda = TP / \eta$, $\omega = P \beta_\phi$.

2. Обзор результатов

Для решения начально-краевой задачи (19)–(24) был использован численный метод. Схема переменных направлений [13] была применена для численной реализации уравнения (19), и метод Рунге — Кутты четвертого порядка точности [14] был использован для уравнения (20). Оценка скорости сходимости численного решения для начально-краевой задачи (19)–(24) была получена в работе [7]. Для проверки корректности реализации численного алгоритма были выполнены расчеты уравнения (19) с использованием явной схемы при соблюдении ограничений на шаг по времени и применении схемы стабилизирующих поправок [15].

Рассмотрим случай закачки углекислого газа, когда источник закачки расположен в центре нижней границы области. Процесс закачки CO_2 в пласт происходит с постоянной безразмерной скоростью $v' = 0.5$ через скважину диаметром 168 мм на глубине $H = 50$ м. На верхней границе пласта (граница Γ_4) могут быть заданы условия непротекания для газовой и твердой фаз, что означает, что верхняя граница пласта ограничена непроницаемыми породами.

Проведем сравнительный анализ результатов расчетов для двух случаев: когда верхняя граница пласта проницаема и когда она непроницаема для газа. Рассмотрим случай, когда верхняя граница пласта проницаема для фаз. При безразмерной скорости нагнетания $v' = 0.5$ и длительности закачки 30 суток весь закачанный газ, мигрируя от скважины вверх по пласту, выйдет на поверхность за характерное время $T=90$ суток, поскольку пористость на верхней границе равна исходному значению $\phi^0(x, y) = 0.025$.

Когда на верхней границе пласта установлены условия непротекания, пористость в этом случае не равна исходному значению при тех же условиях. Нагнетание газа и увеличение его давления приводят к увеличению пористости у скважины и у верхней области пласта. Поскольку пласт ограничен непроницаемыми породами, закачанный газ задерживается и пористость не уменьшается со временем (рис. 2.).

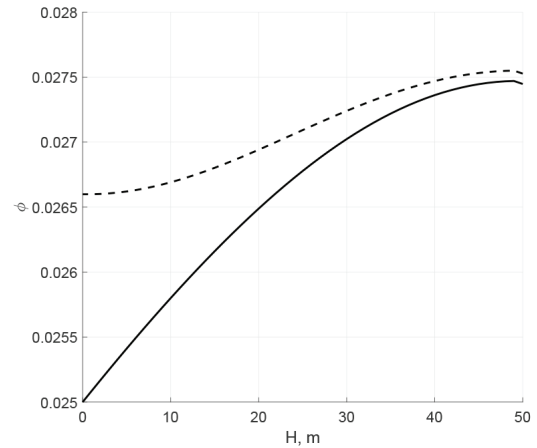


Рис. 2. Зависимость изменения пористости от глубины; время нагнетания — 30 суток; $v' = 0.5, L = 12.5$ м, $T = 90$ суток; сплошная линия — свободная кровля пласта; пунктирная линия — условие непротекания фаз на кровле

Аналогичная ситуация происходит при выборе характерного времени $T = 180$ суток и глубины нагнетания $H = 300$ метров. В данном случае в силу больших масштабов области фильтра-

ции эффект удержания газа менее заметен, так как газ может распространяться по пласту и не вызывать сильное увеличение давления (рис. 3).

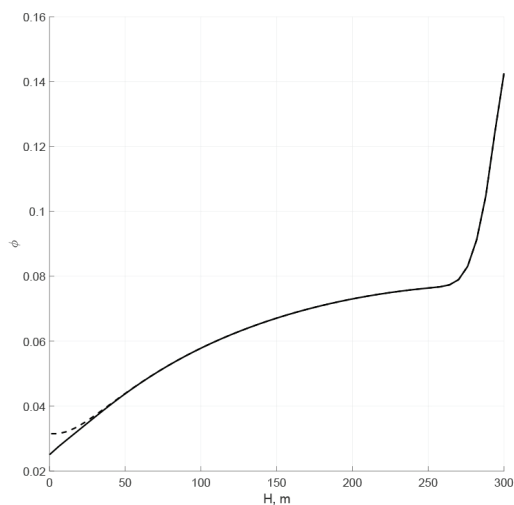


Рис. 3. Зависимость изменения пористости от глубины; время нагнетания — 30 суток; $v' = 0.3$, $L = 12.5$ м, $T = 180$ суток; сплошная линия — свободная кровля пласта; пунктирная линия — условие непротекания фаз на кровле

Заключение

Исследовано влияние проницаемости кровли пласта на процессы миграции газа при его закачке. Показано, что при проницаемой кровле газ мигрирует к поверхности за характерное время, определяемое параметрами закачки. Однако при условиях непротекания газ задерживается в пласте, приводя к увеличению пористости в области скважины и кровли пласта. Пористость в этом случае сохраняется на протяжении времени из-за ограничения пласта непроницаемыми породами. Таким образом, для долгосрочной утилизации диоксида углерода наиболее оптимальным вариантом является хранение газа в непроницаемых пластах.

Изучение процессов миграции газа в пласте также может иметь большое значение применительно к оптимизации добычи нефти и газа. Когда кровля пласта проницаема для газа, нагнетание приводит к быстрой миграции газа к поверхности, что может быть выгодно для увеличения добычи. Таким образом, важно учитывать условия на кровле пласта при моделировании процессов добычи газа и нефти. Исследования показывают, что изменение проницаемости пласта может оказывать значительное влияние на эффективность добычи и поведение газа в пласте.

Библиографический список

1. Flemisch B., Nordbotten J.M., Fern M. et al. The Fluid-Flower Validation Benchmark Study for the Storage of CO₂ // *Transport in Porous Media*. 2023. P. 1–48. DOI: 10.1007/s11242-023-01977-7
2. Myshakin E.M., Haeri F., Moore J. et al. Numerical Simulations of Carbon Dioxide Storage Efficiency in Heterogeneous Reservoir Models // *Geofluids*. 2023. Vol. 2023. P. 1–16. DOI: 10.1155/2023/5089508
3. Wen G., Li Z., Long Q. et al. Real-time High-resolution CO₂ Geological Storage Prediction Using Nested Fourier Neural Operators // *Energy & Environmental Science*. 2023. Vol. 16. No 4. P. 1732–1741. DOI: 10.1039/D2EE04204E
4. Вирц Р.А., Папин А.А. Проблемы математического моделирования хранения углекислого газа в геологических формациях : учебное пособие. Барнаул: Издательство Алтайского государственного университета. 2021. 70 с.
5. Connolly J.A.D., Podladchikov Y.Y. Compaction-driven Fluid Flow in Viscoelastic Rock // *Geodinamica Acta*. 1998. Vol. 11. No 2–3. P. 55–84. DOI: 10.1016/S0985-3111(98)80006-5
6. Fowler A. *Mathematical Geoscience*. London: Springer-Verlag London Limited, 2011. 883 p. DOI: 10.1007/978-0-85729-721-1
7. Вирц Р.А., Папин А.А. Моделирование захоронения углекислого газа в вязкоупругой пористой среде // *Вычислительные технологии*. 2022. Т. 27. № 6. С. 4–18. DOI: 10.25743/ICT.2022.27.6.002
8. Morency S., Huisman R.S., Beaumont C., Fullsack P. A Numerical Model for Coupled Fluid Flow and Matrix Deformation with Applications to Disequilibrium Compaction and Delta Stability // *Journal of Geophysical Research*. 2007. Vol. 112. No B10. P. 1–25. DOI: 10.1029/2006JB004701
9. Connolly J.A.D., Podladchikov Y.Y. Temperature-dependent Viscoelastic Compaction and Compartmentalization in Sedimentary Basins // *Tectonophysics*. 2000. Vol. 324. No 3. P. 137–168. DOI: 10.1016/S0040-1951(00)00084-6
10. Virts R.A., Papin A.A., Tokareva M.A. Non-isothermal Filtration of a Viscous Compressible Fluid in a Viscoelastic Porous Medium // *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1666. No 1. P. 1–6. DOI: 10.1088/1742-6596/1666/1/012041
11. Papin A.A., Tokareva M.A., Virts R.A. Filtration of Liquid in a Non-isothermal Viscous Porous Medium // *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics*. 2020. Vol. 13. No 6. P. 763–773. DOI: 10.17516/1997-1397-2020-13-6-763-773
12. Tokareva M.A., Papin A.A. Global Solvability of a System of Equations of one-Dimensional Motion of a Viscous Fluid in a Deformable Viscous Porous Medium // *Journal*

of Applied and Industrial Mathematics. 2019. Vol. 13. No 2. P. 350–362. DOI: 10.1134/S1990478919020169

13. Самарский А.А. Теория разностных схем. М: Наука, 1977. 656 с.

14. Калиткин Н.Н. Численные методы. М: Наука, 1986. 512 с.

15. Хакимзянов Г.С., Черный С.Г. Численные методы решения задач для уравнений параболического и эллиптического типов. Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т., 2007. 160 с.

References

1. Flemisch B., Nordbotten J.M., Fern M. et al. The Fluid-Flower Validation Benchmark Study for the Storage of CO₂. *Transport in Porous Media*. 2023. P. 1–48. DOI: 10.1007/s11242-023-01977-7

2. Myshakin E.M., Haeri F., Moore J. et al. Numerical Simulations of Carbon Dioxide Storage Efficiency in Heterogeneous Reservoir Models. *Geofluids*. 2023. Vol. 2023. P. 1–16. DOI: 10.1155/2023/5089508

3. Wen G., Li Z., Long Q. et al. Real-time High-resolution CO₂ Geological Storage Prediction Using Nested Fourier Neural Operators. *Energy and Environmental Science*. 2023. Vol. 16. No 4. P. 1732–1741. DOI: 10.1039/D2EE04204E

4. Virts R.A., Papin A.A. *Problems of Mathematical Modeling of Carbon Dioxide Storage in Geological Formations: Textbook*. Barnaul: Altai State University Publishing House. 2021. 70 p. (In Russ.).

5. Connolly J.A.D., Podladchikov Y.Y. Compaction-driven Fluid Flow in Viscoelastic Rock. *Geodinamica Acta*. 1998. Vol. 11. No 2–3. P. 55–84. DOI: 10.1016/S0985-3111(98)80006-5

6. Fowler A. *Mathematical Geoscience*. London: Springer-Verlag London Limited, 2011. 883 p. DOI: 10.1007/978-0-85729-721-1

7. Virts R.A., Papin A.A. Modelling the Storage of Carbon Dioxide in Viscoelastic Porous Medium. *Computational Technologies*. 2022. Vol. 27. No 6. P. 4–18. (In Russ.). DOI: 10.25743/ICT.2022.27.6.002

8. Morency S., Huismans R.S., Beaumont C., Fullsack P. A Numerical Model for Coupled Fluid Flow and Matrix Deformation with Applications to Disequilibrium Compaction

and Delta Stability. *Journal of Geophysical Research*. 2007. Vol. 112. No B10. P. 1–25. DOI: 10.1029/2006JB004701

9. Connolly J.A.D., Podladchikov Y.Y. Temperature-dependent Viscoelastic Compaction and Compartmentalization in Sedimentary Basins. *Tectonophysics*. 2000. Vol. 324. No 3. P. 137–168. DOI: 10.1007/978-0-85729-721-1

10. Virts R.A., Papin A.A., Tokareva M.A. Non-isothermal Filtration of a Viscous Compressible Fluid in a Viscoelastic Porous Medium. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1666. No 1. P. 1–6. DOI: 10.1088/1742-6596/1666/1/012041

11. Papin A.A., Tokareva M.A., Virts R.A. Filtration of Liquid in a Non-isothermal Viscous Porous Medium. *Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics*. 2020. Vol. 13. No 6. P. 763–773. DOI: 10.17516/1997-1397-2020-13-6-763-773

12. Tokareva M.A., Papin A.A. Global Solvability of a System of Equations of One-dimensional Motion of a Viscous Fluid in a Deformable Viscous Porous Medium. *Journal of Applied and Industrial Mathematics*. 2019. Vol. 13. No 2. P. 350–362. DOI: 10.1134/S1990478919020169

13. Samarskiy A.A. *Theory of Difference Schemes*. Moscow: Nauka, 1977. 656 p. (In Russ.).

14. Kalitkin N.N. *Numerical Methods*. Moscow: Nauka, 1986. 512 p. (In Russ.).

15. Khakimzyanov G.S., Cherny S.G. *Numerical Methods for Solving Problems for Equations of Parabolic and Elliptic Types*. Novosibirsk: Novosibirsk State University, 2007. 160 p. (In Russ.).

Информация об авторе

Р.А. Вирц, преподаватель кафедры дифференциальных уравнений, Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия.

Information about the author

R.A. Virts, Lecturer of the Department of Differential Equations, Altai State University, Barnaul, Russia.