

Известия Алтайского государственного университета. 2024. № 1 (135). С. 108–113.  
Izvestiya of Altai State University. 2024. No 1 (135). P. 108–113.

Научная статья

УДК 536.25:519.688

DOI: 10.14258/izvasu(2024)1-15

## Математическое моделирование трехслойных течений в горизонтальном канале с учетом неоднородного испарения

Екатерина Валерьевна Ласковец

Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия,  
Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, Россия,  
katerezanova@mail.ru

Original article

## Mathematical Modeling of Three-Layer Flows in a Horizontal Channel with Consideration of Inhomogeneous Evaporation

*Ekaterina V. Laskovets*

Altai State University, Barnaul, Russia, Institute of Computational Modeling SB RAS,  
Krasnoyarsk, Russia, katerezanova@mail.ru

Изучается трехслойное течение в горизонтальном канале под действием гравитационных и термокапиллярных сил, а также тепловой нагрузки на твердых непроницаемых стенках канала. Нижний и средний слои заполнены жидкостями, над ними движется смесь газа и паров легкой жидкости. На границе раздела жидкости и газа учитывается массоперенос, линейно зависящий от продольной координаты. Также на границах «жидкость — жидкость» и «жидкость — газ» моделируется перенос тепла. В верхнем слое системы учитываются эффекты термодиффузии и диффузионной теплопроводности. Для моделирования течений в жидких слоях используется приближение Буссинеска уравнений Навье–Стокса. Для верхнего слоя они дополняются уравнением диффузии. Точные решения специального вида описывают течения в каждом из слоев системы. Взаимозависимости неизвестных параметров задачи определяются с помощью граничных условий. Изучается влияние геометрии системы на структуру течения и интенсивность массопереноса на границе раздела «жидкость — газ». Показаны профили продольной скорости и распределения температуры, а также графики массовой скорости испарения в случае различных значений высот верхнего и нижнего слоев системы.

The paper studies a three-layer flow in a horizontal channel under the action of gravitational and thermocapillary forces, as well as a thermal load on solid impermeable channel walls. The lower and middle layers in the channel are filled with liquids, and a mixture of gas and vapors of a light liquid moves above them. A mass transfer, which depends linearly on the longitudinal coordinate, is considered at the liquid — gas interface. Also, heat transfer is modeled at the liquid — liquid and liquid-gas interfaces. The effects of thermal diffusion and diffusion heat conduction in the upper layer of the system are considered. Flows in liquid layers are simulated using the Boussinesq approximation of the Navier-Stokes equations, which are supplemented by the diffusion equation for the upper layer. Exact solutions of a special form describe the flows in each layer of the system. Dependencies of unknown parameters of the problem are identified using boundary conditions. The influence of the system geometry on the flow structure and the mass transfer intensity at the liquid — gas interface is investigated. The paper demonstrates the obtained profiles of the longitudinal velocity, temperature distributions, and graphs of the mass evaporation rate for different values of thickness of the upper and lower layers of the system.

**Ключевые слова:** трехслойная система, точное решение, эффекты Соре и Дюфура, термокапиллярная граница, неоднородное испарение

**Финансирование:** работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект № 22-11-00243, <https://rscf.ru/project/22-11-00243/>).

**Для цитирования:** Ласковец Е.В. Математическое моделирование трехслойных течений в горизонтальном канале с учетом неоднородного испарения // Известия Алтайского государственного университета. 2024. № 1 (135). С. 108–113. DOI: 10.14258/izvasu(2024)1-15.

## Введение

Конвективные течения с границами раздела являются актуальным объектом как теоретического, так и экспериментального исследования ввиду своей широкой применимости [1, 2]. Важность построения именно точных решений, описывающих подобные течения, обусловлена желанием проанализировать влияние параметров задачи на основные характеристики процессов.

В работе [3] предложено одно из первых точных решений, описывающих массоперенос в горизонтальном канале, заполненном двумя жидкостями (жидкостью и газопаровой смесью). Учет взаимообратных эффектов Соре и Дюфура дополнительно усложняет задачу (см. [4, 5]).

В настоящей работе представлено решение, описывающее конвективное течение в горизонтальном канале двух несмешивающихся жидкостей и газопаровой смеси в поле силы тяжести. Стенки подвержены неоднородному нагреву, а в верхнем слое системы задан расход газа. На термокапиллярных границах раздела учитывается процессы теплопереноса и неоднородного массопереноса, а в верхнем двухкомпонентном слое – эффекты Соре и Дюфура. Математическая модель основана на приближении Буссинеска уравнений Навье-Стокса.

## 1. Построение точного решения задачи о трехслойном течении

Пусть горизонтальный канал с твердыми непроницаемыми стенками заполнен двумя несмешивающимися жидкостями (тяжелой и легкой) и газопаровой смесью. Недеформируемые границы раздела сред подвержены воздействию термокапиллярных сил. В верхнем слое системы действуют эффекты диффузионной теплопроводности и термодиффузии. Система координат выбрана следующим образом: горизонтальная ось  $Ox$  совпадает с границей раздела жидкостей, а ось  $Oy$  направлена противоположно вектору силы тяжести  $\mathbf{g} = (0, -g)$  (см. рис. 1).

**Keywords:** three-layer system, exact solution, Soret and Dufour effects, thermocapillary interface, inhomogeneous evaporation

**Funding:** the work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 22-11-00243, <https://rscf.ru/project/22-11-00243/>).

**For citation:** Laskovets E.V. Mathematical Modeling of Three-Layer Flows in a Horizontal Channel with Consideration of Inhomogeneous Evaporation. *Izvestiya of Altai State University*. 2024. No 1 (135). P. 108–113. (In Russ.). DOI: 10.14258/izvasu(2024)1-15.

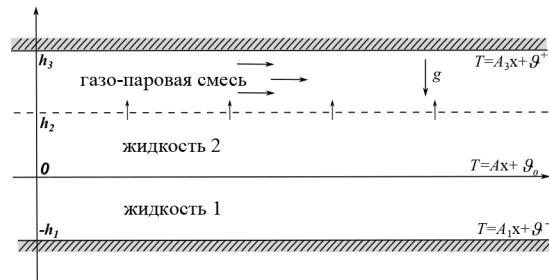


Рис. 1. Геометрия области течения

Для моделирования процесса будет использована система Навье-Стокса в приближении Буссинеска, дополненная уравнением переноса тепла. В верхнем слое также должно учитываться уравнение диффузии. В стационарном случае математическая модель принимает вид [6]:

$$uu_x + vu_y = -\frac{1}{\rho}p'_x + \nu\Delta u, \quad (1)$$

$$uv_x + vv_y = -\frac{1}{\rho}p'_y + \nu\Delta v + g(\beta T + \gamma C), \quad (2)$$

$$u_x + v_y = 0, \quad (3)$$

$$uT_x + vT_y = \chi(\Delta T + \delta\Delta C), \quad (4)$$

$$uC_x + vC_y = D(\Delta C + \alpha\Delta T), \quad (5)$$

где  $u$  и  $v$  – проекции вектора скорости на оси  $Ox$  и  $Oy$  соответственно;  $p'$  – модифицированное давление ( $p' = p - \rho g \cdot \mathbf{x}$ ,  $p$  – давление);  $\rho$  – плотность;  $T$  – температура;  $C$  – концентрация пара в верхнем слое;  $\beta$  и  $\gamma$  – коэффициенты объемного и концентрационного расширения;  $\nu$ ,  $\chi$  и  $D$  – коэффициенты кинематической вязкости, температуропроводности и диффузии соответственно;  $\alpha$  и  $\delta$  – параметры, определяющие эффекты Соре и Дюфура. Уравнение (5), а также последние слагаемые в формулах (2) и (4) учитываются только при моделировании газопарового слоя.

Решение системы уравнений (1)–(5) будет определено в специальном виде [7, 8], предполагающем, что поперечная компонента скорости равна

нулю, продольная зависит только от координаты  $y$ , а функции температуры и концентрации пара линейны относительно  $x$ .

С учетом уравнений (1)–(4), выражения для неизвестных функций продольной компоненты скорости, температуры и давления в слоях однокомпонентных жидкостей, а также концентрации пара в газопаровом слое системы имеют вид:

$$u_i = L_2^i y^4 + L_1^i y^3 + c_1^i y^2 + c_2^i y + c_3^i,$$

$$T_i = (a_1^i + a_2^i y)x + N_6^i y^7 + N_5^i y^6 + N_4^i y^5 + N_3^i y^4 + N_2^i y^3 + N_1^i y^2 + c_4^i y + c_5^i,$$

$$\begin{aligned} p'_i &= \left( d_2^i y^2 + d_1^i y + c_1^i \right) x + K_8^i y^8 + \\ &+ K_7^i y^7 + K_6^i y^6 + K_5^i y^5 + K_4^i y^4 + \\ &+ K_3^i y^3 + K_2^i y^2 + K_1^i y + c_8^i, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (b_1 + b_2 y)x + S_6 y^7 + S_5 y^6 + S_4 y^5 + \\ &+ S_3 y^4 + S_2 y^3 + S_1 y^2 + c_6 y + c_7. \end{aligned}$$

Здесь индекс  $i$  определяет номер слоя системы:  $i = 1$  — нижний слой,  $i = 2$  — средний слой,  $i = 3$  — верхний слой. Коэффициенты  $L_l^i$ ,  $N_n^i$ ,  $S_n$ ,  $K_k^i$ ,  $d_1^i$ ,  $d_2^i$  ( $i = 1, 3$ ;  $l = 1, 2$ ;  $n = 1, 6$ ;  $k = 1, 8$ ) определяются, исходя из физико-химических параметров системы, а  $c_j^i$  ( $j = 1, 8$ ) являются константами интегрирования.  $a_j^i$  и  $b_j$  ( $i = 1, 2, 3$ ) — параметры, определяющие продольные градиенты температуры и концентрации пара соответственно.

На твердых верхней и нижней стенках канала выполняются условия прилипания для продольной компоненты скорости:  $u_1(-h_1) = 0$ ,  $u_3(h_3) = 0$ . На верхней границе также должно быть задано условие полной абсорбции для концентрации пара  $C|_{y=h_3} = 0$ . Температура на границах  $y = -h_1$ ,  $y = h_3$  распределена линейно согласно следующим формулам:

$$T_1|_{y=-h_1} = (a_1^1 + a_2^1(-h_1))x + \vartheta_1|_{y=-h_1} = A_1 x + \vartheta^-,$$

$$T_3|_{y=h_3} = (a_1^3 + a_2^3 h_3)x + \vartheta_3|_{y=h_3} = A_3 x + \vartheta^+.$$

Здесь  $A_1$  и  $A_3$  — продольные градиенты температур на нижней и верхней стенках ( $A_1 = a_1^1 - a_2^1 h_1$ ,  $A_3 = a_1^3 + a_2^3 h_3$ ),  $\vartheta^-$  и  $\vartheta^+$  задают поперечный переход температур.

На границе раздела двух жидкостей выполняются кинематическое и динамическое условия, условия непрерывности скорости и температуры и условие переноса тепла. Вследствие вида точного решения кинематическое условие выполняется автоматически. Проекции динамического условия на касательный вектор и нормаль имеют вид

$$\rho_1 \nu_1 u_1|_y = \rho_2 \nu_2 u_2|_y + \sigma_T^* T_x|_{y=0},$$

$$p_1 = p_2,$$

Здесь  $\sigma_T^*$  представляет собой температурный коэффициент поверхностного натяжения, вычисляемый по правилу Антонова (см. [9]).

Условия непрерывности скорости и температуры имеют вид:  $u_1(0) = u_2(0)$ ,  $T_1|_{y=0} = T_2|_{y=0}$ . Условие переноса тепла здесь записывается без учета массопереноса:

$$\kappa_1 \frac{\partial T_1}{\partial y}|_{y=0} = \kappa_2 \frac{\partial T_2}{\partial y}|_{y=0}.$$

На границе раздела «жидкость — газ»  $y = h_2$  дополнительно полагаются заданными кинематическое и динамическое условия, перенос тепла, условия непрерывности температур и продольных скоростей легкой жидкости и газа ( $u_2(h_2) = u_3(h_2)$ ,  $T_2|_{y=h_2} = T_3|_{y=h_2}$ ).

Проекции динамического условия на границе «жидкость — газ» принимают вид:

$$\rho_2 \nu_2 u_2|_y = \rho_3 \nu_3 u_3|_y + \sigma_T T_x|_{y=h_2},$$

$$p_2 = p_3,$$

где  $\sigma_T$  — температурный коэффициент поверхностного натяжения на границе «жидкость — газ».

Отметим, что условие переноса тепла здесь должно быть записано с учетом потока массы через границу раздела и эффекта диффузии теплопроводности:

$$\kappa_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} - \kappa_3 \frac{\partial T_3}{\partial y} - \delta \kappa_3 \frac{\partial C}{\partial y}|_{y=h_2} = -\lambda M.$$

Помимо этого функции температуры и концентрации пара должны удовлетворять условию баланса масс с учетом эффекта термодиффузии [4, 5, 10]

$$M = -D \rho_3 \left( \frac{\partial C}{\partial y}|_{y=h_2} + \alpha \frac{\partial T_3}{\partial y}|_{y=h_2} \right),$$

и соотношению, определяющему концентрацию насыщенного пара [3, 11]

$$C|_{y=h_2} = C_* [1 + \varepsilon (T_3|_{y=h_2} - T_0)], \quad \varepsilon = \frac{\lambda \mu}{R T_0^2}.$$

Здесь  $M = M(x)$  — функция, задающая массу испаряющейся с границы раздела жидкости ( $M(x) = M_1 x + M_0$ ),  $T_0$  — некоторое начальное значение температуры (здесь  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ),  $C_*$  — концентрация насыщенного пара при  $T_3 = 0$ .

Для замыкания постановки задачи задается расход газа  $Q$  в верхнем слое системы:

$$\int_{h_2}^{h_3} \rho_3 u_3 dy = Q. \quad (6)$$

После постановки граничных условий можно определить все неизвестные константы и параметры задачи. Отметим, что в постановке, когда массовая скорость испарения полагалась константой, а не линейной функцией продольной координаты (см. [12]), один из продольных градиентов температуры задавался произвольным образом. В рассматриваемой в данной работе постановке свободными являются два из трех продольных градиента температур. Далее полагаем, что параметры  $A_1$  и  $A_3$  считаются задаваемыми, а продольный градиент температуры на границе раздела жидкостей вычисляется.

## 2. Примеры трехслойных течений

Изучим процесс течения в горизонтальном канале на примере трехслойной системы «силиконовое масло — вода — воздух». Физико-химические параметры рассматриваемых сред можно найти, например, в работах [2, 12–15]. Значение расхода газа в верхнем слое системы выбрано равным  $9.6 \cdot 10^{-5}$  кг/(м·с). Высота среднего слоя, заполненного водой, в представленных расчетах полагалась равной  $0.4 \cdot 10^{-2}$  м. Продольные градиенты температуры на стенках канала  $A_1$  и  $A_3$  равны и имеют значение -1 К/м.

На рисунке 2 представлен пример профиля скорости и распределения температуры в трехслойной системе в случае, когда толщины нижнего и верхнего слоев полагались равными  $0.5 \cdot 10^{-2}$  м. В среднем слое наблюдаются существенно более низкие значения температуры, минимальные значения достигаются вблизи границы «жидкость — газ». Жидкости в обоих слоях и газопаровая смесь сонаправлены, общий профиль скорости параболический.

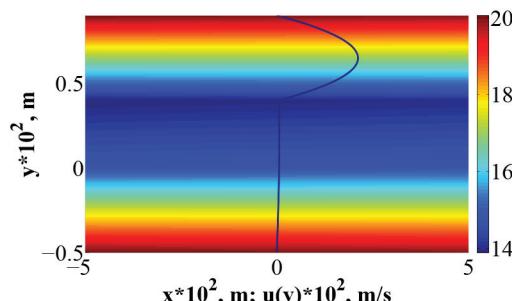


Рис. 2. Профиль скорости и распределение температуры при  $h_1 = h_3 = 0.5 \cdot 10^{-2}$  м

Рассмотрим влияние толщины слоя тяжелой жидкости на характер течения. На рисунке 3 приведены профиль продольной скорости и распределение температуры для случая, когда  $h_1 = 0.1 \cdot 10^{-2}$  м. В данном случае наблюдается формирование холодного термоклина вблизи границы раздела легкой жидкости и газопаровой смеси. Характер профиля скорости остается прежним.

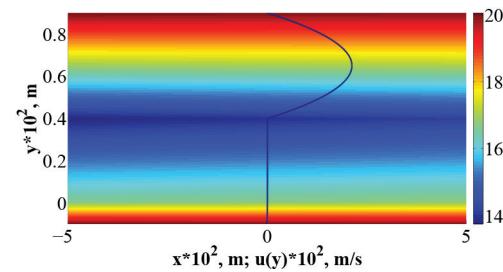


Рис. 3. Профиль скорости и распределение температуры при  $h_1 = 0.1 \cdot 10^{-2}$  м,  $h_3 = 0.5 \cdot 10^{-2}$  м

Рассмотрим случай, когда толщины жидких слоев остаются неизменными в сравнении со случаем, представленным на рисунке 2, а параметр  $h_3$  приобретает значение, равное  $0.3 \cdot 10^{-2}$  м. Продольные скорости в системе существенно возрастают в сравнении с представленными выше вариантами (см. рис. 4). Распределение температуры сохраняет характер, близкий к случаю, когда толщины нижнего и верхнего слоев полагались равными  $0.5 \cdot 10^{-2}$  м.

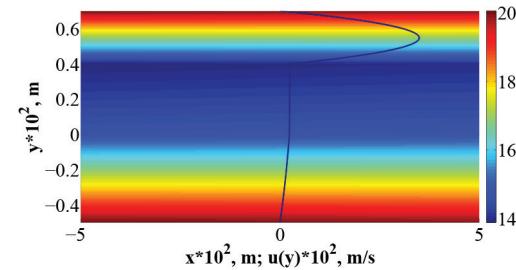


Рис. 4. Профиль скорости и распределение температуры при  $h_1 = 0.5 \cdot 10^{-2}$  м,  $h_3 = 0.3 \cdot 10^{-2}$  м

В случае, когда параметры  $h_1$  и  $h_3$  имеют значения, равные  $0.1 \cdot 10^{-2}$  и  $0.3 \cdot 10^{-2}$  м соответственно (см. рис. 5), наблюдаются одновременно и увеличение продольной скорости, и формирование холодного термоклина вблизи границы  $y = h_2$ .

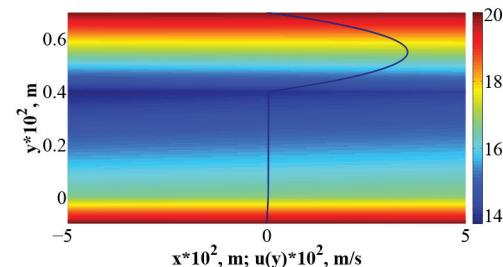


Рис. 5. Профиль скорости и распределение температуры при  $h_1 = 0.1 \cdot 10^{-2}$  м,  $h_3 = 0.3 \cdot 10^{-2}$  м.

Изучим влияние геометрии течения на массовую скорость испарения легкой жидкости. На ри-

сунке 6 представлены графики функции  $M(x)$  при различных значениях толщин нижнего и верхнего слоев системы. При выбранных в данной работе продольных градиентах температуры и прочих параметрах системы в каждом из случаев рассматривается область, где наблюдается процесс испарения жидкости. Однако используемая математическая модель допускает рассмотрение и конденсации среды, заполняющей средний слой. Ввиду того, что наиболее холодные области на газожидкостной границе раздела расположены вниз по потоку (см. рис. 3 и 5), наиболее интенсивное испарение наблюдается при больших значениях переменной  $x$ .

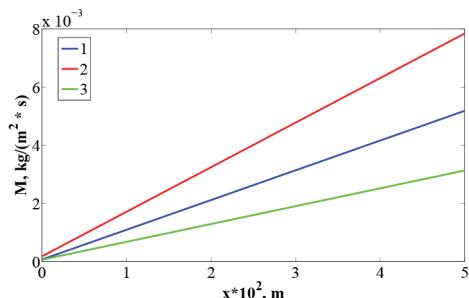


Рис. 6. Влияние геометрии течения на функцию массовой скорости испарения: 1 –  $h_1 = 0.5 \cdot 10^{-2} \text{ м}, h_3 = 0.3 \cdot 10^{-2} \text{ м};$  2 –  $h_1 = 0.1 \cdot 10^{-2} \text{ м}, h_3 = 0.5 \cdot 10^{-2} \text{ м};$  3 –  $h_1 = 0.5 \cdot 10^{-2} \text{ м}, h_3 = 0.5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$

Рисунок 6 показывает, что геометрия обла-

сти течения существенно влияет на угол наклона прямой, определяемой функцией  $M(x)$ . Наибольшие значения скорости массового испарения достигаются в случае, когда уменьшается толщина нижнего слоя системы (линия 2). В случае, когда значения параметров  $h_1$  и  $h_3$  выбраны наибольшими, интенсивность испарения минимальна (см. линию 3 рис. 6).

### Заключение

Представленное точное решение, описывающее трехслойные конвективные течения, учитывает влияние таких параметров, как гравитация, тепловая нагрузка, геометрия области течения, расход газа. Это позволяет аналитически изучить влияние этих факторов на характер течения и интенсивность испарения. Кроме того, принимаются во внимание такие процессы, как термодиффузия и диффузионная теплопроводность.

В качестве примера рассмотрена трехслойная система «силиконовое масло – вода – воздух». Приведены профили продольной скорости, распределения температуры и графики функции массы пара на границе раздела для различных толщин слоев системы. Выявлено, что уменьшение толщины верхнего слоя способствует росту скорости течения. Снижение толщины слоя тяжелой жидкости позволяет формировать термоклин вблизи границы раздела «жидкость – газ». Скорость изменения интенсивности испарения легкой жидкости выше для более тонких слоев при сохранении прочих параметров системы.

### Библиографический список

- Люлин Ю.В., Феоктистов Д.В., Афанасьев И.А., Чачило Е.С., Кабов О.А., Кузнецов Г.В. Измерение скорости испарения с локальной поверхности слоя жидкости под действием потока газа // Письма в ЖТФ. 2015. Т. 41. № 14. С. 1–7. DOI: 10.1134/S1063785015070251
- Bekezhanova V.B., Goncharova O.N., Ivanova N.A., Klyuev D.S. Instability of a Two-layer System with Deformable Interface under Laser Beam Heating // Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. 2019. Vol. 12. No 5. P. 543–550. DOI: 10.17516/1997-1397-2019-12-5-543-550
- Шлиомис М.И., Якушин В.И. Конвекция в двухслойной бинарной системе с испарением // Ученые записки Пермского госуниверситета. Серия Гидродинамика. 1972. № 4. С. 129–140.
- Bekezhanova V.B., Goncharova O.N., Shefer I.A. Analysis of an Exact Solution of Problem of the Evaporative Convection (Review). Part I. Plane Cases // Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. 2018. Vol. 11. No 2. P. 178–190. DOI: 10.17516/1997-1397-2018-11-2-178-190
- Goncharova O., Rezanova E., Lyulin Yu., Kabov O. Analysis of a Convective Fluid Flow with a Concurrent Gas Flow with Allowance for Evaporation // High Temperature. 2017. Vol. 55. No 6. P. 887–897. DOI: 10.1134/S0018151X17060074
- Andreev V.K., Gaponenko Yu.A., Goncharova O.N., Pukhnachev V.V. Mathematical Models of Convection. Berlin ; Boston: De Gruyter, 2012. 432 p. DOI: 10.1515/9783110258592
- Остроумов Г.А. Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1952. 256 с.
- Бирих Р.В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // ПМТФ. 1966. № 3. С. 69–72.
- Antonov G.N. Sur la Tension Superficielle \{a\} la Limite de Deux Couches // Journal de Chimie Physique. 1907. Vol. 5. P. 372–385. DOI: 10.1051/jcp/1907050372
- Rezanova E.V. Construction of Exact Solution Describing Three-layer Flows with Evaporation in a Horizontal Channel // Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. 2021. Vol. 14. No 1. P. 57–68. DOI: 10.17516/1997-1397-2021-14-1-57-68

11. Ghezzehei T.A., Trautz R.C., Finsterle S. et al. Modeling Coupled Evaporation and Seepage in Ventilated Cavities // *Vadose Zone J.* 2004. Vol. 3. P. 806–818. DOI: 10.2113/3.3.806
12. Ласковец Е.В. Изучение влияния геометрических параметров системы на характер трехслойных течений в горизонтальном канале // Известия Алтайского государственного университета. 2023. Вып. 129. № 1. С. 124–129. DOI: 10.14258/izvasu(2023)1-20
13. Кипер Р.А. Физико-химические свойства веществ. Хабаровск, 2013. 1016 с.
14. Гороновский И.Т., Назаренко Ю.П., Некряч Е.Ф. Краткий справочник по химии. Киев: Наукова думка, 1987. 833 с.
15. Lyulin Y.V., Kabov O.A. Evaporative Convection in a Horizontal Liquid Layer under Shearstress // International Journal Heat and Mass Transfer. 2014. Vol. 70. P. 599–609. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.11.039

## References

1. Lyulin Yu.V., Feoktistov D.V., Afanasyev I.A., Chachilo E.S., Kabov O.A., Kuznetsov G.V. Measurement of the Evaporation Rate from the Local Surface of the Liquid Layer under the Action of a Gas Flow. *Pis'ma v ZHTF*. 2015. Vol. 41. No 14. P. 1–7. (In Russ.). DOI: 10.1134/S1063785015070251
2. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N., Ivanova N.A., Klyuev D.S. Instability of a Two-layer System with Deformable Interface under Laser Beam Heating. *Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics*. 2019. Vol. 12. No 5. P. 543–550. DOI: 10.17516/1997-1397-2019-12-5-543–550
3. Shliomis M.I., Yakushin V.I. Convection in a Two-layer Binary System with Evaporation. *Uchenyye Zapiski Perm'skogo Gosuniversiteta, Seriya Gidrodinamika*. 1972. No 4. P. 129–140. (In Russ.).
4. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. and Shefer I.A. Analysis of an Exact Solution of Problem of the Evaporative Convection (Review). Part I. Plane cases. *Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics*. 2018. Vol. 11. No 2. P. 178–190. DOI: 10.17516/1997-1397-2018-11-2-178-190
5. Goncharova O., Rezanova E., Lyulin Yu., Kabov O. Analysis of a Convective Fluid Flow with a Concurrent Gas Flow with Allowance for Evaporation. *High Temperature*. 2017. Vol. 55. No 6. P. 887–897. DOI: 10.1134/S0018151X17060074
6. Andreev V.K., Gaponenko Yu.A., Goncharova O.N., Pukhnachev V.V. *Mathematical Models of Convection*. Berlin ; Boston: De Gruyter, 2012. 432 p. DOI: 10.1515/9783110258592
7. Ostroumov G.A. *Free Convection under Internal Problem Conditions*. Moscow: Gos. Izd-Vo Tekhniko-Teoreticheskoy Literatury, 1952. 256 p. (In Russ.).
8. Birikh R.V. On Thermocapillary Convection in a Horizontal Layer of Liquid. *PMTF*. 1966. No 3. P. 69–72. (In Russ.).
9. Antonov G.N. Sur la Tension Superficielle \{ la Limite de Deux Couches. *Journal de Chimie Physique*. 1907. Vol. 5. P. 372–385. DOI: 10.1051/jcp/1907050372
10. Rezanova E.V. Construction of Exact Solution Describing Three-layer Flows with Evaporation in a Horizontal Channel. *Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics*. 2021. Vol. 14. No 1. P. 57–68. DOI: 10.17516/1997-1397-2021-14-1-57-68
11. Ghezzehei T.A., Trautz R.C., Finsterle S. et al. Modeling Coupled Evaporation and Seepage in Ventilated Cavities. *Vadose Zone J.* 2004. Vol. 3. P. 806–818. DOI: 10.2113/3.3.806
12. Laskovets E.V. Study of the Influence of the Geometric Parameters of the System on the Nature of Three-layer Flows in a Horizontal Channel. *Izvestiya of Altai State University*. 2023. Vol. 129. No 1. P. 124–129. (In Russ.). DOI: 10.14258/izvasu(2023)1-20
13. Kiper R.A. *Physico-chemical Properties of Substances*. Khabarovsk, 2013. 1016 p. (In Russ.).
14. Goronovskiy I.T., Nazarenko Yu.P., Nekryach E.F. *A Quick Reference Guide to Chemistry*. Kiyev: Naukova Dumka, 1987. 833 p. (In Russ.).
15. Lyulin Y.V., Kabov O.A. Evaporative Convection in a Horizontal Liquid Layer under Shearstress. *International Journal Heat and Mass Transfer*. 2014. Vol. 70. P. 599–609. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.11.039

### Информация об авторах

**Е.В. Ласковец**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информатики, Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия; исполнитель по гранту РНФ, Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, Россия.

### Information about the authors

**E.V. Laskovets**, Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Computer Science, Altai State University, Barnaul, Russia; Contractor under the Grant of the Russian Science Foundation, Institute of Computational Modeling SB RAS, Krasnoyarsk, Russia.