

УДК 538.9

## Изучение влияния геометрических параметров системы на характер трехслойных течений в горизонтальном канале\*

*Е.В. Ласковец*

Алтайский государственный университет (Барнаул, Россия)  
Институт вычислительного моделирования СО РАН (Красноярск, Россия)

## The Impact of Geometric Parameters on Three-Layer Flow Patterns in a Horizontal Channel: A Comprehensive Study

*E.V. Laskovets*

Altai State University (Barnaul, Russia)  
Institute of Computational Modelling SB RAS (Krasnoyarsk, Russia)

Работа посвящена изучению стационарных течений в горизонтальных слоях с учетом эффектов тепло- и массопереноса. Представлена математическая модель трехслойного течения в бесконечном канале с твердыми непроницаемыми стенками. Поток газопаровой смеси движется над однокомпонентными несмешивающимися жидкостями нижнего и среднего слоев. На термокапиллярных границах «жидкость — газ» и «жидкость — жидкость» учитываются процессы тепло- и массопереноса соответственно. Эффекты Дюфура и Соре принимаются во внимание в верхнем слое системы. Математическое моделирование основано на точных решениях специального вида уравнений Навье — Стокса в приближении Буссинеска. Приведен порядок определения неизвестных параметров задач. Получены зависимости продольных градиентов температуры на границах системы друг от друга. На примере системы «силиконовое масло — вода — воздух» изучено влияние геометрии области течения на характер процесса. Представлены профили продольной скорости и распределения температуры в случае различных значений высот жидких слоев системы при фиксированных прочих параметрах. Показано, что в данном случае большее значение имеет толщина нижнего слоя, чем среднего.

**Ключевые слова:** трехслойная система, точное решение, эффект Соре, эффект Дюфура, термокапиллярная граница раздела, толщина слоя.

DOI: 10.14258/izvasu(2023)1-20

### Введение

Интерес к математическому моделированию

This paper focuses on studying stationary flows in horizontal layers, taking into consideration the effects of heat and mass transfer. A mathematical model is presented for a three-layer flow in an infinite channel with solid, impermeable walls. The gas-vapor mixture flows over one-component immiscible liquids in the lower and middle layers. The paper considers the processes of heat and mass transfer at the "liquid-gas" and "liquid-liquid" thermocapillary boundaries, respectively. The Dufour and Soret effects are also considered in the upper layer of the system. Mathematical modeling is based on exact solutions of a special form of the Navier-Stokes equations in the Boussinesq approximation. The procedure for determining unknown parameters is explained. The paper derives dependencies of the longitudinal temperature gradients at the system boundaries from each other. The influence of the flow region's geometry on the nature of the process is studied using the "silicone oil-water-air" system as an example. The paper presents longitudinal velocity profiles and temperature distribution for different values of the liquid layer heights while other parameters of the system remain fixed. The paper concludes that, in this case, the thickness of the lower layer is more influential than the thickness of the middle layer.

**Key words:** three-layer system, exact solution, Soret effect, Dufour effect, thermocapillary interface, layer thickness.

течений с границами раздела вызван стремительным развитием наукоемких технологий, необходимостью создания новых материалов и по-

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 22-11-00243, <https://rscf.ru/project/22-11-00243/>).

явлением новых экспериментальных методов изучения конвективных потоков жидкостей и газов (см., например, [1, 2]). Построение точных решений для изучения конвективных течений с границами раздела позволяет анализировать влияние различных параметров системы на их топологию. Таким образом, могут быть выявлены механизмы, оказывающие существенное влияние на характер рассматриваемых процессов. Из-за сложности и нелинейности как физических явлений, так и уравнений, их описывающих, построение точных решений является интересной задачей с математической точки зрения.

В настоящее время довольно большое количество работ посвящено построению точных решений. Решения специального вида, моделирующие однонаправленные потоки, предложены в [3, 4]. Статья [5] посвящена обобщению решений, предложенных в [4] для нестационарных течений во вращающейся трубе и плоском слое. Случаи однонаправленной бинарной жидкости рассматриваются в [6, 7]. Точные решения, описывающие двухслойные течения с учетом массопереноса, были впервые предложены в [8]. Дополнительным усложняющим фактором служит учет эффектов диффузионной теплопроводности и термодиффузии [9, 10].

В данной работе рассматриваются трехслойные течения двух несмешивающихся жидкостей и газа, содержащего пары жидкости среднего слоя, в горизонтальном канале с твердыми непроницаемыми стенками, подверженными неоднородному нагреву. Термокапиллярные границы раздела «жидкость — жидкость» и «жидкость — газ» полагаются плоскими недеформируемыми. В верхнем слое системы учитываются эффекты термодиффузии и диффузионной теплопроводности. Стенки канала подвержены неравномерному нагреву. Математическое моделирование осуществляется на основе уравнений Навье — Стокса в приближении Обербека — Буссинеска. Построение точных решений осуществляется в специальной форме Остроумова — Бириха [3, 4]. Процесс массопереноса на границе раздела «жидкость — газ» моделируется с использованием граничных условий.

### 1. Постановка задачи и построение точных решений

Рассмотрим трехслойное течение в системе «жидкость — жидкость — газ», заполняющей бесконечный горизонтальный канал. Исследуемая область ограничена сверху и снизу твердыми непроницаемыми стенками. Жидкости нижнего и среднего слоев полагаются несмешивающимися, верхний слой заполнен газом и парами средней жидкости. На границах раздела действуют термокапиллярные силы. Система координат выбрана так, что ось  $Oy$  параллельна вектору си-

лы тяжести и направлена противоположным образом, а ось  $Ox$  совпадает с границей раздела «жидкость — жидкость» (рис. 1).

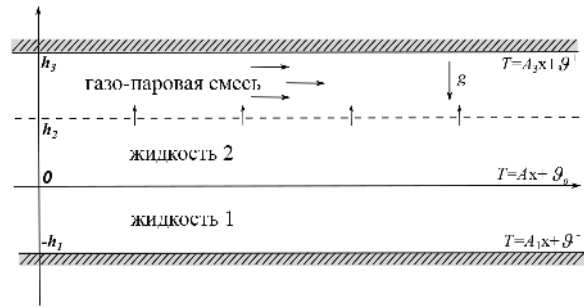


Рис. 1. Геометрия области течения

Моделирование течения проводится с помощью системы Навье — Стокса в приближении Буссинеска, а также уравнений переноса тепла и диффузии. В стационарном случае система может быть записана следующим образом [11]:

$$uu_x + vu_y = -\frac{1}{\rho} p'_x + \nu \Delta u, \quad (1)$$

$$uv_x + vv_y = -\frac{1}{\rho} p'_y + \nu \Delta v + g(\beta T + \gamma C), \quad (2)$$

$$u_x + v_y = 0, \quad (3)$$

$$uT_x + vT_y = \chi(\Delta T + \delta \Delta C), \quad (4)$$

$$uC_x + vC_y = D(\Delta C + \alpha \Delta T). \quad (5)$$

Здесь  $u$  и  $v$  — проекции вектора скорости на оси  $Ox$  и  $Oy$  соответственно;  $p'$  — модифицированное давление, определяемое согласно формуле  $p' = p - \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}$  ( $p$  — давление,  $\mathbf{g} = (0, -g)$  — вектор гравитации);  $T$  — температура среды;  $C$  — концентрация пара в газе. Для обозначения физико-химических параметров введены следующие обозначения:  $\rho$  — плотность;  $\nu$ ,  $D$  и  $\chi$  — коэффициенты кинематической вязкости, диффузии и температуропроводности соответственно;  $\beta$  и  $\gamma$  — коэффициенты температурного и концентрационного расширения. Параметры  $\alpha$  и  $\delta$  определяют эффекты Соре и Дюфура. Отметим, что среды нижнего и среднего слоев однокомпонентны. Таким образом, уравнение (5), а также последние слагаемые в формулах (2) и (4) учитываются только при моделировании газопарового слоя.

Решение системы уравнений (1)–(5) определяется в каждом из слоев в специальном виде [3, 4]:

$$u_i = u_i(y), \quad v_i = 0, \quad T_i = (a_1^i + a_2^i y)x + \vartheta_i(y), \\ C = (b_1 + b_2 y)x + \phi(y). \quad (6)$$

Здесь индекс  $i$  задает номер слоя системы:  $i = 1$  — нижний слой,  $i = 2$  — средний слой,  $i = 3$  — верхний слой. Параметры  $a_j^i$  и  $b_j$  ( $i = 1, 2, 3$ ) определяют продольные градиенты температуры и концентрации пара соответственно.

На границе раздела нижнего и среднего слоев должны выполняться кинематическое и динамическое условия, условие переноса тепла и условия непрерывности скорости и температуры. Кинематическое условие с учетом формул (6) выполняется автоматически, проекции динамического условия имеют вид

$$\rho_1 \nu_1 u_{1y} = \rho_2 \nu_2 u_{2y} + \sigma_T^* T_x|_{y=0}, \quad (7)$$

$$p_1 = p_2, \quad (8)$$

где  $\sigma_T^*$  — температурный коэффициент поверхностного натяжения, определяемый согласно правилу Антонова (см. [12]). Условия непрерывности скорости и температуры записываются следующим образом:

$$u_1(0) = u_2(0), \quad T_1|_{y=0} = T_2|_{y=0}. \quad (9)$$

Условие переноса тепла на границе  $y = 0$  принимает вид

$$\kappa_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} \Big|_{y=0} = \kappa_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} \Big|_{y=0}. \quad (10)$$

На границе раздела «жидкость — газ» дополнительно полагаются заданными уравнение баланса масс с учетом эффекта термодиффузии [9, 10, 13]

$$M = -D\rho_3 \left( \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y=h_2} + \alpha \frac{\partial T_3}{\partial y} \Big|_{y=h_2} \right), \quad (11)$$

и соотношение, определяющее концентрацию насыщенного пара (следствие уравнений Менделеева — Клапейрона и Клапейрона — Клаузиуса в линеаризованной форме) [8, 14]

$$C|_{y=h_2} = C_* [1 + \varepsilon(T_3|_{y=h_2} - T_0)], \quad \varepsilon = \frac{\lambda\mu}{RT_0^2}. \quad (12)$$

Здесь  $M$  — масса испаряющейся с границы раздела жидкости,  $T_0$  — некоторое начальное значение температуры, полагаемое здесь равным  $20^\circ\text{C}$  (или  $293^\circ\text{K}$ ),  $C_*$  — концентрация насыщенного пара при  $T_3 = 0$ . Линеаризация в данном случае возможна ввиду малости параметра  $\varepsilon T_*$ ,  $\lambda$  — скрытая теплота парообразования,  $\mu$  — молярный вес испаряющейся жидкости,  $R$  — универсальная газовая постоянная.

Условие переноса тепла на границе  $y = h_2$  записывается с учетом эффекта диффузионной теплопроводности:

$$\kappa_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} - \kappa_3 \frac{\partial T_3}{\partial y} - \delta\kappa_3 \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y=h_2} = -\lambda M. \quad (13)$$

Проекция динамического условия на границе «жидкость — газ» принимают вид:

$$\rho_2 \nu_2 u_{2y} = \rho_3 \nu_3 u_{3y} + \sigma_T T_x|_{y=h_2}, \quad (14)$$

$$p_2 = p_3, \quad (15)$$

где  $\sigma_T$  — температурный коэффициент поверхностного натяжения на границе «жидкость — газ». Условия непрерывности скорости и температуры записываются в виде следующих соотношений:

$$u_2(h_2) = u_3(h_2), \quad (16)$$

$$T_2|_{y=h_2} = T_3|_{y=h_2}. \quad (17)$$

На твердых верхней и нижней стенках ограничивающих систему выполняются условия прилипания для скорости:

$$u_1(-h_1) = 0, \quad u_3(h_3) = 0. \quad (18)$$

Температура на границах  $y = -h_1$ ,  $y = h_3$  распределена линейно:

$$T_1|_{y=-h_1} = (a_1^1 + a_2^1(-h_1))x + \vartheta_1|_{y=-h_1} = A_1x + \vartheta^-, \quad (19)$$

$$T_3|_{y=h_3} = (a_1^3 + a_2^3h_3)x + \vartheta_3|_{y=h_3} = A_3x + \vartheta^+. \quad (20)$$

здесь параметры  $\vartheta^-$  и  $\vartheta^+$  определяют поперечный перепад температур,  $A_1$  и  $A_3$  — продольные градиенты температур на нижней и верхней стенках соответственно ( $A_1 = a_1^1 - a_2^1h_1$ ,  $A_3 = a_1^3 + a_2^3h_3$ ).

На верхней границе также должно быть задано условие для концентрации пара:

$$C_y|_{y=h_3} + \alpha T_{3y} = 0. \quad (21)$$

Для замыкания постановки задачи задается расход газа  $Q$  в верхнем слое системы:

$$\int_{h_2}^{h_3} \rho_3 u_3 dy = Q. \quad (22)$$

Принимая во внимание формулы (1)–(4) и (6), получим выражения для неизвестных функций продольной компоненты скорости, температуры и давления, описывающих поведение как однокомпонентных жидких, так и газопарового слоев системы:

$$u_i = L_2^i y^4 + L_1^i y^3 + c_1^i y^2 + c_2^i y + c_3^i, \quad (23)$$

$$T_i = (a_1^i + a_2^i y)x + N_6^i y^7 + N_5^i y^6 + N_4^i y^5 + N_3^i y^4 + N_2^i y^3 + N_1^i y^2 + c_4^i y + c_5^i, \quad (24)$$

$$p'_i = (d_2^i y^2 + d_1^i y + c_1^i)x + K_8^i y^8 + K_7^i y^7 + K_6^i y^6 + K_5^i y^5 + K_4^i y^4 + K_3^i y^3 + K_2^i y^2 + K_1^i y + c_8^i. \quad (25)$$

Здесь коэффициенты  $L_l^i$ ,  $N_n^i$ ,  $K_k^i$ ,  $d_l^i$ ,  $d_l^i$  ( $i = 1, 3$ ;  $l = 1, 2$ ;  $n = 1, 6$ ;  $k = 1, 8$ ) зависят только

от физико-химических параметров системы, а  $c_j^i$  ( $j = 1, 8$ ) являются константами интегрирования, определяемыми с помощью граничных условий.

В верхнем слое системы дополнительно определяется концентрация пара:

$$C = (b_1 + b_2y)x + S_6y^7 + S_5y^6 + S_4y^5 + S_3y^4 + S_2y^3 + S_1y^2 + c_6y + c_7. \quad (26)$$

Все неизвестные константы  $c_k^i$  ( $k = 1, 7, i = 1, 3$ ), возникающие при построении точных решений (23)–(26), параметры задачи  $a_j^i, b_j$ , а также интенсивность массообмена, измеряемая величиной  $M$ , могут быть определены с помощью представленных условий на границах системы (7)–(22). С учетом вида точных решений (6) и условия непрерывности температуры при  $y = 0$  (второе из соотношений в (9)) верным является соотношение  $a_1^1 = a_2^1 = A$ , где  $A$  – продольный градиент температуры на границе раздела «жидкость – жидкость». Параметр  $a_1^2$  вычисляется с помощью условия (19) при заданных температурных градиентах  $A$  и  $A_1$ :  $a_2^2 = (A - A_1)/h_1$ . Условие переноса тепла (10) диктует соотношение для  $a_2^2$ :  $a_2^2 = a_2^2 \kappa_1 / \kappa_2$ . Параметры  $a_1^3$  и  $a_2^3$  связаны формулой  $a_1^3 = A_3 - a_2^3 h_3$  (следствие условия (20)). В силу непрерывности температур на границе  $y = h_2$  (формула (17))  $a_2^3$  вычисляется следующим образом:

$$a_2^3 = \left[ A + \frac{\kappa_1 h_2}{\kappa_2 h_1} (A - A_1) - A_3 \right] \frac{1}{h_2 - h_3}.$$

Параметр  $b_2$  может быть найден с помощью условий баланса масс (11) и переноса тепла на границе «жидкость – газ» (13). Из уравнения (11) следует, что  $b_2 = -\alpha a_2^3$ . Параметр  $b_1$  определяется соотношением  $b_1 = C_* \varepsilon (a_1^3 + a_2^3 h_2) - b_2 h_2$  (следствие условия (12)). Представленные зависимости позволяют получить связь продольных градиентов температуры друг с другом. Таким образом, выражение для  $A_3$  имеет вид

$$A_3 = A + (A - A_1) \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \left[ \frac{h_2}{h_1} + \frac{h_3 - h_2}{h_1} \frac{A - A_1}{1 - \alpha \delta} \frac{\kappa_1}{\kappa_3} \right].$$

Взаимозависимость продольных градиентов  $A$  и  $A_1$  может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} A \left( C_* \varepsilon + C_* \varepsilon \frac{\kappa_1 h_2}{\kappa_2 h_1} - \alpha \frac{\kappa_1 h_3 - h_2}{\kappa_3 h_1} \frac{1}{1 - \alpha \delta} \right) = \\ = A_1 \left( C_* \varepsilon \frac{\kappa_1 h_2}{\kappa_2 h_1} - \alpha \frac{\kappa_1 h_3 - h_2}{\kappa_3 h_1} \frac{1}{1 - \alpha \delta} \right). \end{aligned}$$

Принимая во внимание динамические условия (8), (7) и условие непрерывности скорости (9) на границе «жидкость – жидкость», получим соотношения для констант  $c_1^1, c_2^1$  и  $c_3^1$ :

$$c_1^1 = \frac{\rho_2 \nu_2}{\rho_1 \nu_1} c_1^2, \quad c_2^1 = \frac{\rho_2 \nu_2}{\rho_1 \nu_1} c_2^2 + \frac{\sigma_T^* A}{\rho_1 \nu_1}, \quad c_3^1 = c_3^2.$$

Константы интегрирования  $c_m^i$  ( $m = 1, 3, i = 2, 3$ ) определяются с помощью системы линейных алгебраических уравнений, являющихся следствием условий (18), (16), (14), (15), (22).

Формула (9) влечет соотношение  $c_5^1 = c_5^2$ . Выражение  $c_4^1 = c_4^2 \kappa_2 / \kappa_1$  является следствием условия переноса тепла на границе  $y = 0$ . Система линейных алгебраических уравнений, следующая из формул (19), (20), (21), (17), (13), (11), (12), позволяет найти константы интегрирования  $c_4^2, c_5^2, c_4^3, c_5^3, c_6, c_7$ , а также массу испаряющейся жидкости  $M$ .

## 2. Примеры трехслойных течений

В качестве примера рассмотрим систему, где нижний слой заполнен силиконовым маслом, средний – водой, а верхний – воздухом и парами воды. Физико-химические параметры рассматриваемой системы приведены в таблице [2]. Кроме того, используются следующие значения параметров:  $D = 0.22 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\lambda = 2.547 \cdot 10^6 \text{ Вт}\cdot\text{с}/\text{кг}$ ,  $C_* = 0.05$ ,  $\varepsilon = 0.065 \text{ 1}/\text{К}$  (см. также [15, 16]). Температурные коэффициенты поверхностного натяжения на границах «жидкость – жидкость» и «жидкость – газ» равны  $-0.697 \cdot 10^{-5} \text{ Н}/(\text{м}\cdot\text{К})$  и  $-1.514 \cdot 10^{-5} \text{ Н}/(\text{м}\cdot\text{К})$  соответственно. Параметры  $\alpha$  и  $\delta$  имеют значения  $0.5 \cdot 10^{-2} \text{ 1}/\text{К}$  и  $10^{-3} \text{ К}$  соответственно. Расход газа в верхнем слое системы  $Q$  в расчетах принимался равным  $3.6 \cdot 10^{-5} \text{ кг}/(\text{м}\cdot\text{с})$ . Это значение было выбрано, исходя из параметров экспериментов, представленных в работе [17]. Высота газопарового слоя в приведенных расчетах полагалась равной  $0.5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ .

Рассмотрим случай, когда величины  $h_1$  и  $h_2$  равны  $0.3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$  (рис. 2). Профиль продольной скорости имеет параболический характер, жидкости движутся по направлению потока газа. Температура в системе распределена таким образом, что вблизи границы раздела «жидкость – газ» наблюдается холодный термоклин. Ввиду того что нагреватель расположен вверх по потоку, наибольшие значения функция  $T$  приобретает с ростом переменной  $x$ . Согласно классификации, представленной в работе [9], данный случай демонстрирует пуазейлевское течение первого вида, характеризующееся положительными значениями продольной составляющей скорости в каждой фазе. Основными механизмами здесь являются градиенты давления.

В случае снижения толщины слоя воды ( $h_2 = 0.1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ) наблюдаются незначительные изменения характера течения (рис. 3). Термоклин в данном случае менее ярко выражен, наименьшее значение температуры выше, чем в случае, представленном на рисунке 2. Характер профиля скорости при этом сохраняется.

На рисунке 4 представлена система при  $h_1 = 0.1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ,  $h_2 = 0.3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ . С уменьшением толщины нижнего слоя характер распределения

Значения физико-химических параметров рассматриваемых сред

Параметр	Силиконовое масло	Вода	Воздух
$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$0.935 \cdot 10^3$	$0.997 \cdot 10^3$	1.35
$\nu$ , м <sup>2</sup> /с	$10^{-5}$	$0.893 \cdot 10^{-5}$	$1.35 \cdot 10^{-5}$
$\beta$ , 1/К	$1.08 \cdot 10^{-3}$	$2.07 \cdot 10^{-4}$	$3.66 \cdot 10^{-3}$
$\kappa$ , Вт/(м · К)	0.134	0.6167	0.026
$\chi$ , м <sup>2</sup> /с	$0.96 \cdot 10^{-7}$	$1.47 \cdot 10^{-7}$	$0.214 \cdot 10^{-4}$

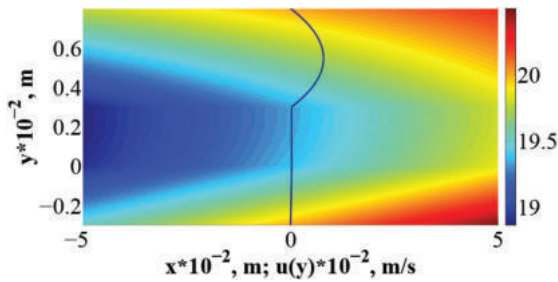


Рис. 2. Профиль скорости и распределение температуры при  $h_1 = h_2 = 0.3 \cdot 10^{-2}$  м

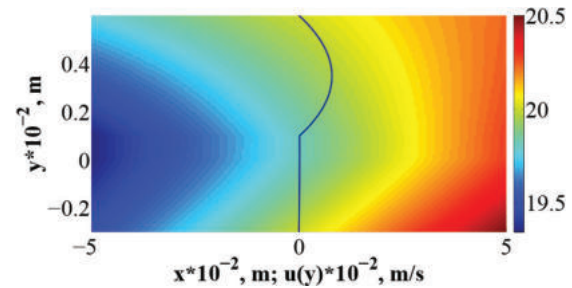


Рис. 4. Профиль скорости и распределение температуры при  $h_1 = 0.1 \cdot 10^{-2}$  м,  $h_2 = 0.3 \cdot 10^{-2}$  м

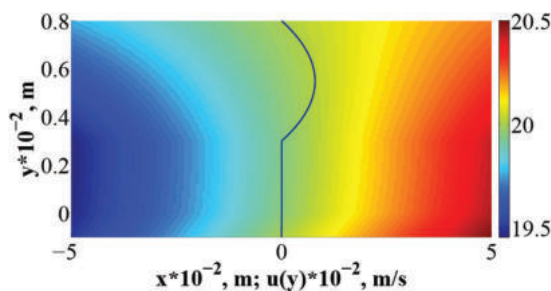


Рис. 3. Профиль скорости и распределение температуры при  $h_1 = 0.3 \cdot 10^{-2}$  м,  $h_2 = 0.1 \cdot 10^{-2}$  м

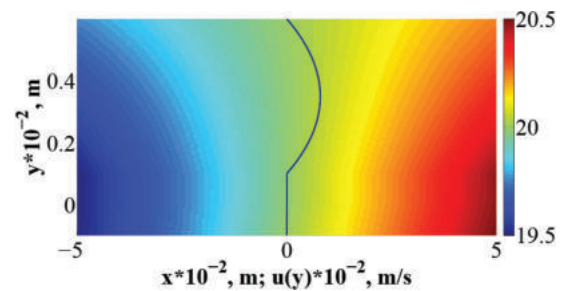


Рис. 5. Профиль скорости и распределение температуры при  $h_1 = h_2 = 0.1 \cdot 10^{-2}$  м

температуры меняется значительно сильнее, чем в случае, представленном на рисунке 3. В среднем слое температура изменяется очень слабо относительно переменной  $y$ . Жидкости при этом практически неподвижны. Подобная картина течения наблюдается в случае преобладания термокапиллярных сил и касательных напряжений. Согласно [9] стагнация жидкостей может наблюдаться в случае условно пуазейлевского течения второго типа.

Рисунок 5 иллюстрирует течение в системе при наименьших рассматриваемых высотах жидких слоев. Здесь  $h_1 = h_2 = 0.1 \cdot 10^{-2}$  м. Температура жидкостей в данном случае почти не изменяется по высоте. В нижнем и среднем слоях наблюдается процесс стагнации.

**Заключение**

Предложенное в работе точное решение системы Навье-Стокса в приближении Буссинеска

позволяет аналитически исследовать влияние различных физико-химических и геометрических факторов на структуру течения в трехслойных горизонтальных системах. В ходе математического моделирования принимаются во внимание такие осложняющие факторы, как массоперенос, эффекты термодиффузии и диффузионной теплопроводности. Определение неизвестных параметров и констант сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений.

Для системы «силиконовое масло — вода — воздух» представлены примеры профилей продольной скорости и распределения температуры. Приведенные в работе результаты дают представление о влиянии высот жидких слоев на характер прогрева всей системы. Показано, что наибольший вклад в данном случае оказывает значение толщины нижнего слоя.

### Библиографический список

1. Люлин Ю.В., Феокистов Д.В., Афанасьев И.А., Чачило Е.С., Кабов О.А., Кузнецов Г.В. Измерение скорости испарения с локальной поверхности слоя жидкости под действием потока газа // Письма в ЖТФ. 2015. Т. 41. № 14.
2. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N., Ivanova N.A. and Klyuev D.S. Instability of a two-layer system with deformable interface under laser beam heating // Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. 2019. Vol. 12. № 5.
3. Остроумов Г.А. Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. М., 1952.
4. Бирих Р.В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // ПМТФ. 1966. № 3.
5. Пухначев В.В. Нестационарные аналоги решения Бирixa // Известия Алт. гос. ун-та. 2011. Вып. 69. № 2.
6. Andreev V.K., Stepanova I.V. Non-stationary unidirectional motion of binary mixture in long flat layer // International Journal of Applied and Computational Mathematics. 2020. Vol. 6.
7. Андреев В.К., Собачкина Н.Л. Движение бинарной смеси в плоских и цилиндрических областях. Красноярск, 2012.
8. Шлиомис М.И., Якушин В.И. Конвекция в двухслойной бинарной системе с испарением // Ученые записки Пермского госуниверситета. Серия: Гидродинамика. Пермь. 1972. № 4.
9. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. and Shefer I.A. Analysis of an exact solution of problem of the evaporative convection (Review). Part I. Plane cases // Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. 2018. Vol. 11. № 2.
10. Goncharova O., Rezanova E., Lyulin Yu. and Kabov O. Analysis of a convective fluid flow with a concurrent gas flow with allowance for evaporation // High Temperature. 2017. Vol. 55. № 6.
11. Andreev V.K., Gaponenko Yu.A., Goncharova O.N., Pukhnachev V.V. Mathematical Models of Convection. Berlin; Boston, 2012.
12. Antonov G.N. Sur la tension superficielle à la limite de deux couches // Journal de Chimie Physique. 1907. Vol. 5.
13. Rezanova E.V. Construction of exact solution describing three-layer flows with evaporation in a horizontal channel // Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. 2021. Vol. 14. № 1.
14. Ghezzehei T.A., Trautz R.C., Finsterle S. et al. Modeling coupled evaporation and seepage in ventilated cavities // Vadose Zone J. 2004. Vol. 3.
15. Кипер Р.А. Физико-химические свойства веществ. Хабаровск, 2013.
16. Гороновский И.Т., Назаренко Ю.П., Некряч Е.Ф. Краткий справочник по химии. Киев, 1987.
17. Lyulin Y.V., Kabov O.A. Evaporative convection in a horizontal liquid layer under shearstress // International Journal Heat and Mass Transfer. 2014. Vol. 70.