

УДК 519.237.8

Использование байесовских технологий для оценки вероятностных характеристик функционирования водохранилища

В.В. Ильинич, А.В. Перминов, Н.В. Гавриловская

Российский государственный аграрный университет —
МСХА им. К.А. Тимирязева (Москва, Россия)

Assessing Probability Characteristics of Reservoir Operation Using Bayesian Technology

V.V. Ilinich, A.V. Perminov, N.V. Gavrilovskaya

Russian State Agrarian University — Moscow Timiryazev Agricultural Academy
(Moscow, Russia)

Исследование посвящено применению теоремы Байеса для определения вероятностных характеристик функционирования водохранилища. Определены функции (кривые) вероятности превышения (обеспеченности) объемов водохранилища в пределах его полезного объема по отношению к моментам превышения речного стока над величиной плановой водоотдачи потребителю в период весеннего половодья и к дефициту воды в период межени. Представлен подход к решению обратной задачи относительно начального наполнения перед многоводным и маловодным сезонами.

Целью исследования является развитие методов применения байесовских технологий для регулирования стока водохранилищем. В работе были поставлены следующие задачи:

— построить алгоритм расчета для оценки вероятностных характеристик функционирования водохранилища по формуле Байеса при сезонной разбивке водохозяйственного года;

— определить необходимые вероятностные характеристики наполнений водохранилища и водоотдачи;

— получить решение обратной задачи с использованием формулы Байеса требуемого начального наполнения при заданных: значении наполнения водохранилища и его вероятности к окончанию расчетного временного интервала.

Актуальность работы обусловлена необходимостью определять вероятностные характеристики наполнений водохранилища и водоотдачи потребителю при оперативном регулировании стока.

Ключевые слова: вероятностные характеристики, байесовский подход, регулирование стока, вероятностные расчеты.

This study explores the use of Bayes' theorem to determine the probability characteristics of reservoir operation, specifically in cases where the reservoir capacity is exceeded or sustained within its active storage capacity. The investigation focuses on moments of streamflow increase during the spring flood and water shortage in the fall. The study aims to develop methods for regulating reservoir runoff using Bayesian technology, with specific tasks including developing a calculation algorithm to estimate the probabilistic characteristics of reservoir operation based on the Bayes formula with a seasonal division of the water management year, identifying the necessary probabilistic characteristics of reservoir filling and water recovery, and solving the inverse problem using the Bayes formula to determine the required initial filling at given values of the reservoir filling and its probability by the end of the calculated time interval. The study's relevance is rooted in the need to determine the probability characteristics of reservoir filling and water discharge to consumers during streamflow regulation.

Key words: probabilistic characteristics, Bayesian approach, flow regulation, probabilistic calculations.

DOI: 10.14258/izvasu(2023)1-15

Введение

Формула Байеса («формула полной вероятности») впервые (неосознанно и с непринципиальными ошибками) была применена к определению вероятности наполнений водохранилища в математической модели А.Д. Саваренского при годовой дискретности [1, 2]. С ее помощью проводились вероятностные расчеты различных характеристик регулирования стока водохранилищами [3, 4, 5]. В то же время и позже применялись расчеты и просто по календарным рядам [6, 7 и др.], но при этом требовались очень длинные ряды наблюдений, которые на настоящий момент практически неактуальны из-за чувствительного изменения климатических и соответственно стоковых характеристик. В это же время стали развиваться применительно к регулированию стока методы Монте-Карло [8, 9, 10 и др.], которые заняли превалирующее место в моделировании работы водохранилищ.

Предложенные методы должны были функционировать на сверхдлинных искусственных имитированных рядах стока, у которых при значительном их удлинении для охвата всех возможных ситуаций наполнений водохранилища и соответствующей водоотдачи произвольно и существенно смещалась оценка третьего исходного статистического параметра коэффициента асимметрии величин речного стока, что приводит к искажениям конечных результатов. Также необходимо отметить, что зачастую расчеты были нацелены на получение существенно ограниченного числа вероятностных характеристик, а для оценки их относительно всех возможных наполнений и возможных значений плановой водоотдачи необходимо повторять все рутинные процедуры вычислений, что вызывает сложности даже при современном уровне развития аппаратуры и информационных технологий.

В то же время решение многих задач регулирования стока возможно и эффективно с помощью формулы Байеса, которая дает возможность при решении обратной задачи относительно начальных условий определять и предшествующее наполнение водохранилища относительно конкретных временных интервалов при заданной дискретности модели на заданную вероятность наполнения и водоотдачи

к окончанию интервала [11]. Соответственно, основной целью исследования является развитие методов применения байесовской технологии для регулирования стока водохранилищем. В работе были поставлены следующие задачи:

- построить алгоритм расчета для оценки вероятностных характеристик функционирования водохранилища по формуле Байеса при сезонной разбивке водохозяйственного года;
- определить необходимые вероятностные характеристики наполнений водохранилища и водоотдачи;
- получить решение обратной задачи с использованием формулы Байеса требуемого начального наполнения при заданных значении наполнения водохранилища и его вероятности к окончанию расчетного временного интервала.

Материалы и методы

Водоохранилище, выбранное для исследований, расположено на р. Руза (приток р. Москвы) к северо-западу от Москвы примерно в 60 км. Основная доля его плановой водоотдачи предназначена для питьевого водоснабжения Москвы и Московской области. Его полезный объем ($V_{плз}$) составляет 216 млн м³. Режим стока имеет два четко выраженных сезонных периода: 1) весеннее половодье (март-май) — период избытков относительно плановой водоотдачи, 2) межень (июнь-февраль) — период дефицитов относительно плановой водоотдачи. Исходными данными для расчетов и моделирования были использованы выверенные данные об объемах притока к водохранилищу за последние 40 лет.

Функции вероятности превышения значений стока весны и межени (интегральные значения плотности вероятностей в порядке от бесконечности до нуля) традиционно для гидрологических расчетов [12, 13] были представлены в виде кривых обеспеченности (рис. 1 и 2), которые построены согласно определенным статистическим параметрам по данным наблюдений (среднее, коэффициенты вариации — C_v и асимметрии — C_s) и биномиальному распределению Пирсона третьего типа.

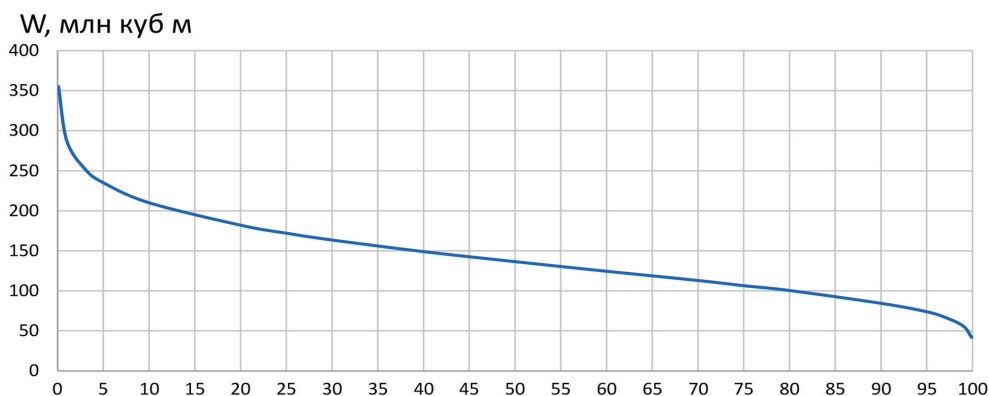
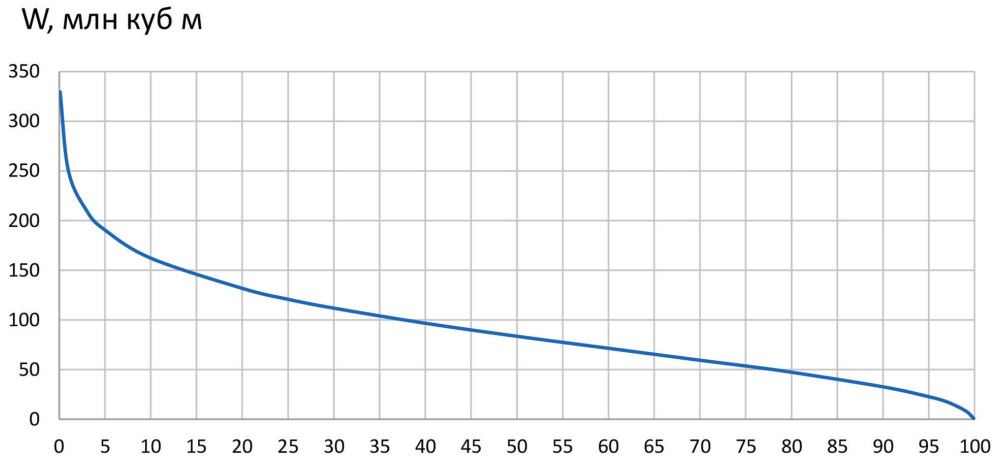


Рис. 1. Кривая вероятности превышения (обеспеченности, %) объемов стока (W) за март-май

Рис. 2. Кривая вероятности превышения (обеспеченности, %) объемов стока (W) за июнь-февраль

Они были уменьшены на величину плановой водоотдачи из водохранилища, а затем увеличены на возможные потенциальные запасы (млн м³) водохранилища: 0; 27; 81; 135; 189; 216, которые являются средними значениями по отношению к принятым интервалам полезного объема водохранилища: 0–0; 0–54; 55–108; 109–162; 163–2016; 216–216. Согласно предварительным исследованиям для достаточно точных результатов относительно вероятностей наполнений

такого рода водохранилища, как Рузское, достаточно шести интервалов для диапазона полезной емкости [2, 4], в данном варианте от 0 до 216 млн м³ (в пределах полезного объема) и соответствующих вероятностей от 0 до 1, или в процентах от 0 до 100 %. Таким образом, были определены потенциальные «условные функции вероятности превышения объемов водохранилища» для каждого сезона (на рис. 3 — для маловодного сезона).

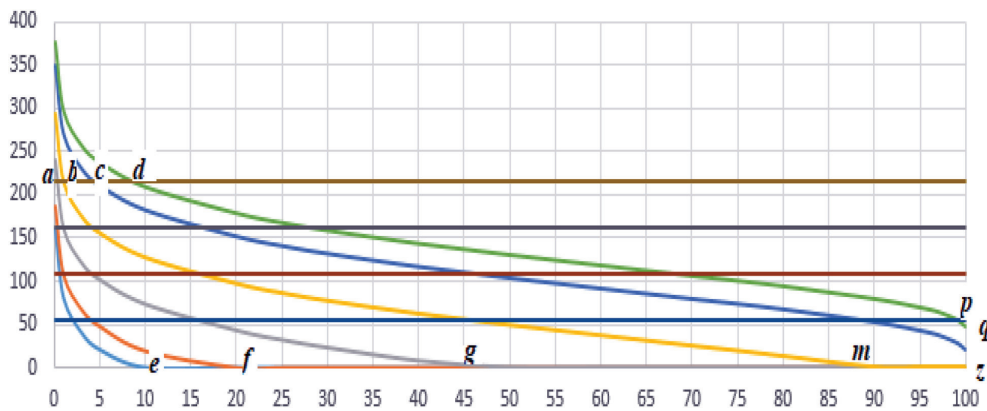


Рис. 3. Условные функции обеспеченности запасов объема воды в водохранилище (ось абсцисс — вероятность, $P=0\div 100\%$; ось ординат — запасы объема воды в водохранилище, млн м³) при условиях начального наполнения водохранилища (V_n) перед маловодьем: aez — $V_n=0$; afz — $V_n=27$; agz — $V_n=81$; $abmz$ — $V_n=135$; $acqz$ — $V_n=189$; $adpz$ — $V_n=216$

На рис. 3 представлены следующие функции: aez , afz , agz , $abmz$, $acqz$, $adpz$. Символы a , b , c , d соответствуют максимально возможному запасу — $V_{плз}=216$ млн м³. Части ординат, превышающие 216 млн м³, являются неиспользованными пусками воды в нижний бьеф.

Формула Байеса полной вероятности относительно ее применения к каждому интервалу величины полезного объема имеет вид:

$$P_j = \sum_{i=1}^{j=6} P_{H_i} \times dP_j, \quad (1)$$

где j — номер ($j=1\div 6$) интервала наполнений и соответствующего условия, являющегося средним значением относительно рассматриваемого интервала; P_j — полная вероятность для каждого j -го интервала наполнений; P_{H_j} — вероятность начального наполнения перед сезонным периодом; dP_j — условная вероятность наполнений к окончанию рассматриваемого сезонного интервала времени.

Согласно рисунку 3 участки кривых для состояния водохранилища 216 млн м³ имеют условные вероятности

сти, рассчитанные по разностям $dP_j = P_j - P_a$, где $P_a = 0$, j — номер кривой ($j=1-6$). Соответственно: $dP_{j=1}, dP_{j=2}, dP_{j=3}$ равны нулю относительно 216 млн³, так как их ординаты не достигают значения 216 млн м³; $dP_{j=4} = P_b - P_a$, $dP_{j=5} = P_c - P_a$, $dP_{j=6} = Pd - P_a$; здесь $P_a = 0$ всегда. Аналогично условные вероятности в других интервалах полезного объема равны разнице между вероятностью нижней (правой) границы интервала и верхней (левой) границы интервала.

Вероятности начальных наполнений — $P(V_H)$ до начала вычислений (до первой итерации расчета) неизвестны, они могут принимать любые значения, но их сумма должна быть равна 1. Затем их

значения стабилизируются от итерации к итерации. Рассчитанные значения полных вероятностей предыдущей итерации принимаются равными вероятностям начальных наполнений из соответствующих интервалов наполнений для следующей итерации. Обычно расчеты можно заканчивать, когда значения полных вероятностей по выделенным интервалам будут отличаться от их вероятностей предыдущей итерации не более чем на 0,01.

Результаты и обсуждение

Процесс расчета по формуле (1) для последней итерации относительно маловодья представлен в таблице.

Фрагмент вычислений наполнений водохранилища для последней итерации расчетов

Условие V_H	Вероятность P_H	Условные вероятности с графика условных кривых обеспеченности наполнений водохранилища относительно принятых интервалов						Результаты произведения вероятности начального наполнения на условную вероятность с условных кривых обеспеченности согласно принятых интервалов наполнений					
		Принятые интервалы наполнений						Принятые интервалы наполнений					
		0-0	0-54	55-108	109-162	163-216	216-216	0-0	0-54	55-108	109-162	163-216	216-216
		Значения вероятностей						Значения вероятностей					
$V_H=0$	0,002	0,91	0,07	0,01	0,01	0	0	0,002	0	0	0	0	0
$V_H=27$	0,08	0,8	0,16	0,03	0,01	0	0	0,064	0,013	0,002	0,001	0	0
$V_H=81$	0,215	0,52	0,32	0,12	0,03	0,01	0	0,111	0,069	0,026	0,006	0,002	0
$V_H=135$	0,253	0,13	0,42	0,3	0,11	0,03	0,01	0,033	0,106	0,076	0,028	0,008	0,003
$V_H=189$	0,22	0	0,11	0,44	0,3	0,11	0,04	0	0,024	0,097	0,066	0,024	0,009
$V_H=216$	0,23	0	0	0,33	0,4	0,19	0,08	0	0	0,076	0,092	0,044	0,018
Полная вероятность								0,21	0,212	0,277	0,193	0,078	0,03

Здесь представленные вероятности начальных наполнений: $P(V_H)$ равны полным вероятностям наполнений (запасов воды) водохранилища за предыдущий весенний сезон относительно соответствующих интервалов наполнений водохранилища.

Полученные в таблице полные вероятности по установленным интервалам наполнения могут служить для получения интегральной вероятностной функции наполнений перед половодьем (рис. 4) путем последовательного суммирования полных вероятностей по принятым интервалам.

На рисунке 4 точка «b» определяет вероятность полного наполнения перед половодьем, следовательно, вероятность каждого опасного наводнения необходимо умножить на вероятность предполоводного наполнения водохранилища для оценки общей вероятности наводнения в нижнем бьефе за плотиной; точка «с» определяет вероятность плановой водоотдачи и, соответственно, нулевого запаса воды перед новым водохозяйственным годом.

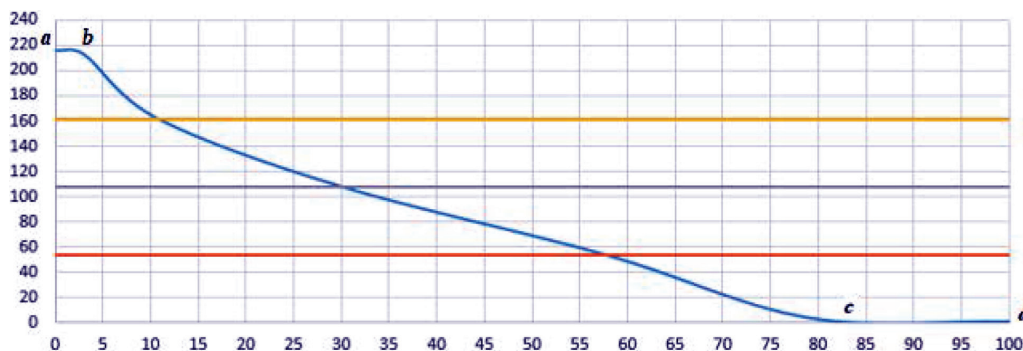


Рис. 4. Безусловная кривая обеспеченности наполнений водохранилища к окончанию маловодного периода

По представленной кривой можно определить обеспеченность (вероятность превышения) любой величины запаса воды (наполнения водохранилища) от $V=0$ до $V=V_{плз}$.

Таким образом, на основе полученных результатов имеется возможность решать обратную задачу с помощью формулы Байеса относительно начального наполнения перед сезоном при необходимом условии обеспеченности наполнения к окончанию сезона, что требуется при оперативном управлении на гидроузле. Такая задача может решаться перебором условных функций обеспеченности конечных наполнений, поскольку все они определены при конкретных условиях наполнений к началу сезона. Иными словами, в этом случае величина условного начального наполнения является результатом, и лицо, принимающее

решение по управлению уровнями воды на гидроузле, может выбрать на текущую дату соответствующий вариант наполнения водохранилища, при котором вероятность конкретного наполнения к окончанию сезона установлена правилами регулирования стока.

Выводы

Использование формулы Байеса по технологии, адаптированной к вероятностным расчетам водохранилища, позволяет быстро и эффективно определить практически все необходимые вероятностные характеристики для его функционирования.

При решении обратной задачи из формулы Байеса относительно начального наполнения имеется возможность учитывать эти решения при оперативном управлении водохранилищем.

Библиографический список

1. Саваренский А.Д. Регулирование речного стока водохранилищами. М., 1951.
2. Хворова Л.А., Брыксин В.М., Гавриловская Н.В., Топаж А.Г. Математическое моделирование и информационные технологии в экологии и природопользовании. Барнаул, 2013.
3. Исмаилов Г.Х. Вероятностные расчеты водохранилищ комплексного (ирригационно-противопаводочного) назначения // Водные ресурсы. 1973. № 2.
4. Ilinich V.V., Perminov A.V. Management Rules for multi-purpose Reservoir during Emergency Flood // Hydrologic Issues of 21st Century: Ecology, Environment and Human Health. USA, St. Paul, Minnesota, 2000 y.
5. Ilinich V.V. Search of Anti-Accident Function for Flood Flow Management by Water Reservoir // Proceedings of the 7-th International Conference on Hydroinformatics. 2006. Vol. 2.
6. Крицкий С.Н., Менкель М.Ф. Гидрологические основы управления речным стоком. М., 1981.
7. Асарин А.Е., Бестужева К.Н. Водно-энергетические расчеты. М., 1986.
8. Сванидзе Г.Г. Математическое моделирование гидрологических рядов. Л., 1977.
9. Великанов А.Л., Пойзнер В.И. О применении статистических испытаний для оптимизации параметров водохозяйственных систем // Водные ресурсы. 1976. № 4.
10. Ильинич В.В., Светлов Е.А. Стохастическая модель водохранилища // Природообустройство. 2008. № 4.
11. Ilinich V., Belolubtsev A. Application Bayes technology for determination of probabilistic characteristics of control by water reservoir // Proc. of the 6th IAHR Europe Congress. Warszawa. 2020. Vol. 1.
12. Определение основных расчетных гидрологических характеристик. СП 33-101-2003. М., 2004.
13. Guide to Hydrological Practices. Volume II. Management of Water Resources and Application of Hydrological Practices // WMO-№168. Geneva, 2009.