

## Продольно-поперечный изгиб многослойных стержней из бетонов и сталефибробетонов\*

Ю.В. Немировский<sup>1,2</sup>, С.В. Тихонов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН (Новосибирск, Россия)

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет (Новосибирск, Россия)

<sup>3</sup>Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова (Чебоксары, Россия)

## Transverse-Longitudinal Bending of Multilayered Concrete Rods and Steel Fiber Reinforced Concrete Rods

Yu.V. Nemirovskii<sup>1,2</sup>, S.V. Tikhonov<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS (Novosibirsk, Russia)

<sup>2</sup>Novosibirsk State Technical University (Novosibirsk, Russia)

<sup>3</sup>I.N. Ulianov Chuvash State University (Cheboksary, Russia)

Рассматривается задача продольно-поперечного изгиба многослойных бетонных стержней постоянно поперечного сечения под действием квазистатических нагрузок и объемных сил. Основная цель исследования заключается в установлении общих связей топологии распределения материалов конструкции с требуемыми типами допустимых условий эксплуатации: допустимыми предельными упругими деформациями, допустимыми деформациями предразрушения и предельно допустимыми деформациями начала развития локальных разрушений. В данной работе на ряде примеров показана важность учета объемных сил и возможность повышения несущей способности за счет перераспределения материалов в рассматриваемых конструкциях. Поставленная задача решается методом Бубнова-Галеркина. Для каждого из рассмотренных расчетных случаев построены графики распределения продольного перемещения и прогибов стержня и значений максимальных и минимальных деформаций в каждом из слоев рассматриваемых стержней.

**Ключевые слова:** физическая нелинейность материала, объемные силы, предельно допустимые деформации, топология распределения фазовых материалов.

This paper considers the problem of transverse-longitudinal bending of multilayered concrete rods with a constant cross-section under the impact of quasi-static loading and volume forces. The research is aimed to establish general relations between the distribution topology of materials in the construction and the required types of permissible operating conditions, such as permissible ultimate elastic deformations, permissible pre-destruction deformations, and maximum permissible deformations at the start of local destructions.

This study demonstrates the importance of volume forces and the possibility of increasing the bearing capacity using the redistribution of materials of the investigated constructions. The given problems are solved by the Bubnov-Galerkin method. Each of the numerically calculated cases is illustrated by the graphs of the distribution of longitudinal displacement and deflections of the rods and the values of maximum and minimum deformations in each layer of the considered rods.

**Key words:** physical nonlinearity of material, volume forces, permissible ultimate deformations, distribution topology of the phase materials.

DOI: 10.14258/izvasu(2021)1-06

В настоящее время при активном развитии архитектурно-строительных систем и все расту-

щих требованиях к их надежности повышаются и требования к материалам, используемым в указанных конструкциях. Самым распространенным и наиболее простым в производстве ма-

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-01-00038.

териалом является цементный бетон. В настоящее время насчитывается более 40 марок различных бетонов, которые активно используются в строительстве [1]. Широкое использование бетонов обусловлено в первую очередь тем, что бетон после изготовления сохраняет достаточно высокую прочность при сжатии. В то же время он имеет достаточно плохую сопротивляемость растяжению. Устранить указанный недостаток можно, армируя бетонные изделия стальной арматурой, либо используя новые модифицированные бетоны, например, высокопрочные фибробетоны [2]. Современные технологии производства железобетонных изделий позволяют создавать гибкие множества гибридных слоистых армированных конструкций, в сечении которых послойно могут быть использованы разные марки бетонов и фибробетонов [3].

В большинстве случаев закономерности формирования указанных конструкций можно описать, опираясь на модели линейно-упругих тел, что при достаточно низких уровнях нагрузок является приемлемым [4].

Существенным недостатком большинства имеющихся исследований, посвященных расчету стержней, является игнорирование собственного веса конструкции [5,6]. Учитывая, что строительные конструкции имеют достаточно большую массу, игнорирование объемных сил может привести к серьезным ошибкам при расчетах.

**1. Постановка задачи.** В данной работе будем исходить из предположения, что имеет место одноосное напряженное состояние.

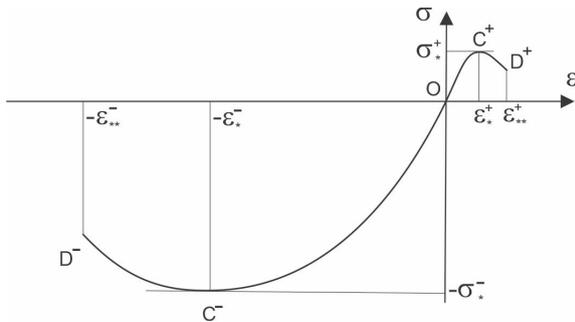


Рис. 1. Диаграмма растяжения-сжатия бетона

Рассмотрим диаграмму растяжения-сжатия бетона в общем случае (рис. 1). На данной диаграмме можно выделить участок  $C^-OC^+$ , где сплошность среды сохраняется, и участки  $C^-D^-$ ,  $C^+D^+$  нарушения сплошности за счет интенсивных процессов развития трещин. В данной работе будем рассматривать конструкции, где для каждого из материалов деформация не превышает предельных значений

$$-\varepsilon_*^- \leq \varepsilon \leq \varepsilon_*^+, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_*^+$ ,  $\varepsilon_*^-$  — предельные деформации при растяжении и сжатии соответственно.

Если деформация выйдет за пределы диапазона (1) в любом из слоев, тогда данную конструкцию будем считать непригодной для дальнейшей эксплуатации.

Участок  $C^-OC^+$  диаграммы растяжения-сжатия будем аппроксимировать зависимостью [7]

$$\sigma_{xi} = A_{1i}\varepsilon + A_{2i}\varepsilon^2, \quad (2)$$

где  $A_{1i}, A_{2i}$  — коэффициенты, характеризующие свойства материала  $i$ -го слоя.

Коэффициенты  $A_{1i}, A_{2i}$  можно определить методом наименьших квадратов из реальных диаграмм растяжения-сжатия материалов каждого слоя. В случае отсутствия указанных диаграмм, исходя из достаточно простых предположений [8], получим соотношения, которые можно использовать для вычисления указанных коэффициентов, имея только значения пределов прочности при сжатии  $\sigma_*^-$  и растяжения  $\sigma_*^+$  и модуля упругости  $E$

$$\varepsilon_*^+ = \frac{\sigma_*^+}{E_i}, \varepsilon_*^- = 2 \frac{\sigma_*^-}{E_i}, A_{1i} = E_i, A_{2i} = \frac{1}{4} \frac{E_i^2}{\sigma_*^-}. \quad (3)$$

Будем рассматривать стержни, симметричные в поперечном сечении относительно оси  $OZ$ . В данной работе ограничимся рассмотрением случая, когда количество слоев стержня равно 3.

Примем, что функции  $b_i(z)$  ограничивают  $i$ -й слой в поперечном сечении стержня, причем

$$b_i(z) > 0, \quad h_{i-1} \leq z \leq h_i, \quad 1 \leq i \leq 3, \quad (4)$$

где  $h_i$  — высота  $i$ -го слоя,  $h_0 = 0$ .

При решении задач предположим справедливыми классические кинематические гипотезы Кирхгофа-Лява

$$\varepsilon(x, y, z) = \frac{du_0}{dx} - z \frac{d^2w_0}{dx^2}, \quad (5)$$

где  $u_0, w_0$  — компоненты вектора перемещений точек осевой линии стержня, и уравнения равновесия

$$\frac{dN}{dx} + q_x = 0, \quad \frac{d^2M_y}{dx^2} + \frac{dm_y}{dx} - q_z = 0, \quad (6)$$

где  $N$  — продольное усилие,  $M_y$  — изгибающий момент,  $q_x, q_y$  — проекции внешних сил,  $m_x, m_y$  — проекции распределенных моментов, вызванных действием внешних сил.

Из соотношений (2), (4) для продольного усилия  $N$  справедливо

$$N = \sum_{i=1}^3 \int_{h_{i-1}}^{h_i} dz \int_{-b_i(z)}^{b_i(z)} \sigma_{xi} dy = B_1 \frac{du_0}{dx} + B_2 \frac{d^2 w_0}{dx^2} + B_3 \left( \frac{du_0}{dx} \right)^2 + B_4 \frac{du_0}{dx} \frac{d^2 w_0}{dx^2} + B_5 \left( \frac{d^2 w_0}{dx^2} \right)^2, \quad (7)$$

$$B_1 \frac{d^2 u_0}{dx^2} + B_2 \frac{d^3 w_0}{dx^3} + 2B_3 \frac{du_0}{dx} \frac{d^2 u_0}{dx^2} + B_4 \frac{d^2 u_0}{dx^2} \frac{d^2 w_0}{dx^2} + B_4 \frac{du_0}{dx} \frac{d^3 w_0}{dx^3} + 2B_5 \frac{d^2 w_0}{dx^2} \frac{d^3 w_0}{dx^3} + q_x = 0, \quad (9)$$

где

$$B_1 = 2 \sum_{i=1}^3 A_{1i} \int_{h_{i-1}}^{h_i} b_i(z) dz,$$

$$B_2 = -2 \sum_{i=1}^3 A_{1i} \int_{h_{i-1}}^{h_i} z b_i(z) dz,$$

$$B_3 = 2 \sum_{i=1}^3 A_{2i} \int_{h_{i-1}}^{h_i} b_i(z) dz,$$

$$B_4 = -4 \sum_{i=1}^3 A_{2i} \int_{h_{i-1}}^{h_i} z b_i(z) dz,$$

$$B_5 = 2 \sum_{i=1}^3 A_{2i} \int_{h_{i-1}}^{h_i} z^2 b_i(z) dz,$$

и изгибающего момента  $M_y$

$$M_y = \sum_{i=1}^3 \int_{h_{i-1}}^{h_i} dz \int_{-b_i(z)}^{b_i(z)} z \sigma_{xi} dy = C_1 \frac{du_0}{dx} + C_2 \frac{d^2 w_0}{dx^2} + C_3 \left( \frac{du_0}{dx} \right)^2 + C_4 \frac{du_0}{dx} \frac{d^2 w_0}{dx^2} + C_5 \left( \frac{d^2 w_0}{dx^2} \right)^2, \quad (8)$$

где

$$C_1 = 2 \sum_{i=1}^3 A_{1i} \int_{h_{i-1}}^{h_i} z b_i(z) dz,$$

$$C_2 = -2 \sum_{i=1}^3 A_{1i} \int_{h_{i-1}}^{h_i} z^2 b_i(z) dz,$$

$$C_3 = 2 \sum_{i=1}^3 A_{2i} \int_{h_{i-1}}^{h_i} z b_i(z) dz,$$

$$C_4 = -4 \sum_{i=1}^3 A_{2i} \int_{h_{i-1}}^{h_i} z^2 b_i(z) dz,$$

$$C_5 = 2 \sum_{i=1}^3 A_{2i} \int_{h_{i-1}}^{h_i} z^3 b_i(z) dz.$$

Если подставить полученные выражения (7), (8) в уравнения равновесия (6), тогда получим систему из двух обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка относительно перемещений  $u_0(x)$ ,  $w_0(x)$ :

$$C_1 \frac{d^3 u_0}{dx^3} + C_2 \frac{d^4 w_0}{dx^4} + 2C_3 \left( \frac{d^2 u_0}{dx^2} \right)^2 + 2C_3 \frac{du_0}{dx} \frac{d^3 u_0}{dx^3} + C_4 \frac{d^3 u_0}{dx^3} \frac{d^2 w_0}{dx^2} + 2C_4 \frac{d^2 u_0}{dx^2} \frac{d^3 w_0}{dx^3} + C_4 \frac{du_0}{dx} \frac{d^4 w_0}{dx^4} + 2C_5 \left( \frac{d^3 w_0}{dx^3} \right)^2 + 2C_5 \frac{d^2 w_0}{dx^2} \frac{d^4 w_0}{dx^4} + \frac{dm_y}{dx} - q_z = 0.$$

Решение системы (9) с граничными условиями, которые зависят от вида закрепления стержня, определяет решение поставленной задачи.

**2. Методика решения.** Решение системы дифференциальных уравнений (9) будем искать методом Бубнова-Галеркина в математическом пакете символьных вычислений Maple в виде

$$u_0(x) = \sum_{k=1}^N B_k y_k(x), w_0(x) = \sum_{k=1}^N C_k r_k(x), \quad (10)$$

где  $B_k, C_k$  — постоянные, которые определяют решение поставленной задачи,  $N$  — некоторое натуральное число.

Примем за базисные функции  $\varphi_i(x)$  в методе Бубнова-Галеркина

$$\varphi_i(x) = \sum_{k=1}^N D_{i,k} x^{k-1}, \quad (11)$$

где коэффициенты  $D_{i,k}$  определим в математическом пакете Maple из граничных условий, согласно [9].

Примем функции  $y_k(x)$ ,  $r_k(x)$  в выражении (10) равными

$$y_k(x) = r_k(x) = \varphi_k(x). \quad (12)$$

Подставим разложения (10) в систему (9) и обозначим через  $L_1(x)$ ,  $L_2(x)$  функции, которые получились в левых частях уравнений системы (9).

Коэффициенты  $B_k, C_k$  определим каким-либо численным методом из системы уравнений

$$\int_0^l L_i(x) \varphi_k(x) dx = 0, i = 1..2, k = 1..N. \quad (13)$$

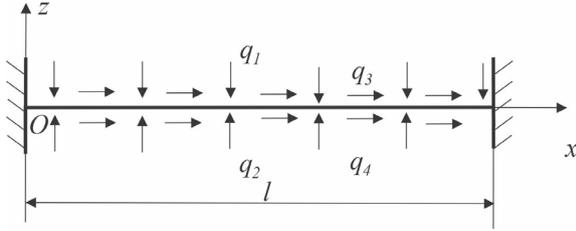


Рис. 2. Случай заземленного с обоих концов стержня

**3. Результаты.** Рассмотрим заземленный с обоих концов стержень длины  $l$  (рис. 2), на который действуют поперечные нагрузки  $q_1, q_2$  и продольные нагрузки  $q_3, q_4$ . Будем считать, что, помимо указанных сил, на стержень также действуют объемные силы  $q_s$ , проекции которых на соответствующие оси равны  $q_{sx}, q_{sz}$ .

Тогда для проекций внешних усилий  $q_x, q_z$  и проекции распределенного момента  $m_y$  будут справедливы соотношения

$$q_x = 2 \int_0^{b_1(0)} q_3 dy + 2 \int_0^{b_n(h_n)} q_4 dy + 2 \sum_{i=1}^3 \int_{h_{i-1}}^{h_i} dz \int_0^{b_i(z)} q_{sx} dy, \quad (14)$$

$$q_z = 2 \int_0^{b_1(0)} q_2 dy + 2 \int_0^{b_n(h_n)} q_1 dy + 2 \sum_{i=1}^3 \int_{h_{i-1}}^{h_i} dz \int_0^{b_i(z)} q_{sz} dy, \quad (15)$$

$$m_y = -2 \int_0^{b_n(h_n)} x q_1 dy - 2 \int_0^{b_1(0)} x q_2 dy + 2 h_n \int_0^{b_n(h_n)} q_3 dy - 2 \sum_{i=1}^3 \int_{h_{i-1}}^{h_i} dz \int_0^{b_i(z)} (x q_{sz} - z q_{sx}) dy. \quad (16)$$

Действующие нагрузки  $q_1, q_2, q_3, q_4, q_{sx}, q_{sz}$  примем равными

$$q_1 = t_{11} + t_{12}x, q_2 = t_{21} + t_{22}x, q_3 = t_{31} + t_{32}x, q_4 = t_{41} + t_{42}x, q_{sx} = g_x \rho \sum_{i=1}^3 \int_{h_{i-1}}^{h_{i+1}} b_i(z) dz, q_{sz} = g_z \rho \sum_{i=1}^3 \int_{h_{i-1}}^{h_{i+1}} b_i(z) dz, \quad (17)$$

где  $t_{11}, t_{12}, t_{21}, t_{22}, t_{31}, t_{32}, t_{41}, t_{42}$  — постоянные,  $g_x, g_z$  — проекции вектора ускорения свободного падения.

Исходя из условий закрепления стержня (рис. 2), имеем

$$u(0) = u(l) = w(0) = w(l) = 0, \frac{du_0}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{du_0}{dx} \Big|_{x=l} = \frac{dw_0}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{dw_0}{dx} \Big|_{x=l} = 0. \quad (18)$$

Результаты расчетов  $A_{1i}, A_{2i}, \varepsilon_*^+, \varepsilon_*^-$  по соотношениям (3) с использованием справочных значений [10] приведены в таблице 1 (см. стр. 46).

Координату нейтральной линии  $z$  определим из соотношения

$$\frac{du_0}{dx} - z \frac{d^2 w_0}{dx^2} = 0. \quad (19)$$

Рассмотрим стержень, форма и размеры поперечного сечения которого изображены на рис. 3. На указанном рисунке рядом с номером соответствующего слоя сечения указана марка бетона слоя.

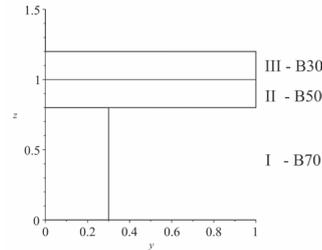


Рис. 3. Форма сечения конструкции в случае № 1

В качестве значений параметров действующих на стержень нагрузок (17) примем

$$t_{11} = -32200 \frac{\text{H}}{\text{M}}, t_{12} = 5060 \frac{\text{H}}{\text{M}^2}, t_{21} = t_{22} = 0, t_{31} = 184000 \frac{\text{H}}{\text{M}}, t_{32} = 18400 \frac{\text{H}}{\text{M}^2}, t_{41} = t_{42} = 0. \quad (20)$$

В данном случае пренебрежем влиянием силы тяжести, т.е. примем  $g_x = 0, g_z = 0$ .

Все рассматриваемые задачи будем решать при  $N = 7$ , а количество знаков после запятой в расчетах математического пакета Maple примем равным 25.

Тогда решение задачи для конструкции, изображенной на рис. 3, в результате численного расчета компонентов вектора перемещений и распределения деформации на верхних и нижних контактных границах слоев по длине стержня примет вид, изображенный на рисунках 4–6.

Для удобства сравнения полученных решений в дальнейшем будем в каждом из рассматриваемых случаев определять максимальные значе-

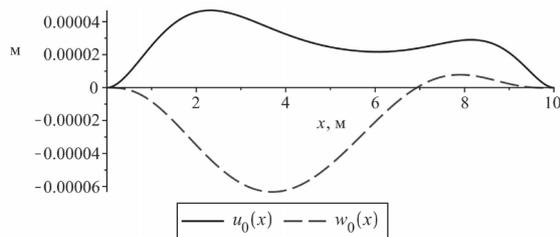


Рис. 4. Распределение компонентов вектора перемещений по длине стержня (случай № 1) без учета силы тяжести

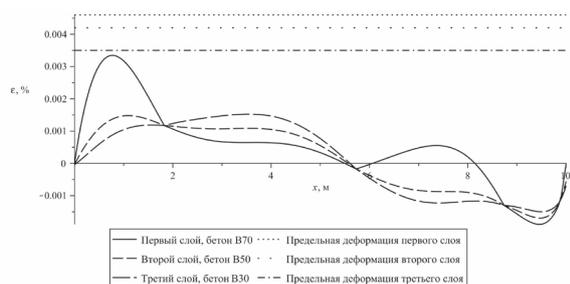


Рис. 5. Распределение деформации материалов на верхних контактных границах слоев по длине стержня (случай № 1) без учета силы тяжести

ния компонентов перемещений  $u_{0m}$ ,  $w_{0m}$ , значения максимальных деформаций на верхних контактных границах слоев в каждом из слоев рассматриваемой конструкции  $\epsilon_{mi}$ , где  $i$  — номер рассматриваемого слоя конструкции. С целью оценки способности конструкции выдерживать более высокие нагрузки будем определять отношения расчетных значений максимальных деформаций  $\epsilon_{mi}$  к соответствующим предельным значениям для данного материала слоя  $\epsilon_{*i}$  (таблица 1). Все полученные расчеты будем заносить в таблицу 2 (см. стр. 46). Если найденное отношение окажется выше 100%, то это будет означать, что деформация превысила соответствующее предельное значение и конструкция не пригодна для дальнейшего использования.

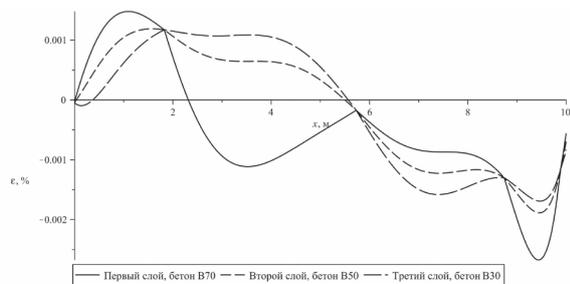


Рис. 6. Распределение деформации материалов на нижних контактных границах слоев по длине стержня (случай № 1) без учета силы тяжести

На рисунке 4 изображены графики изменения прогиба  $w_0(x)$  и продольного перемещения осевых точек линии стержня. Из указанного графика видно, например, что наибольший прогиб будет ближе к середине стержня. Оценить способность конструкции выдерживать заданные нагрузки можно при анализе рисунков 5 и 6. При этом, учитывая достаточно высокую прочность и предельные деформации бетона при сжатии, для заданных условий закрепления стержня и действующих нагрузок в дальнейшем будем рассматривать только графики распределения деформации материалов на верхних контактных границах слоев по длине стержня. Из анализа рисунка 5 заметим, что максимальная деформация по данным расчетов не превышает предельно допустимую для каждого из слоев конструкции. Причем наиболее близким к предельной оказался первый слой конструкции, хотя сама конструкция еще имеет небольшой запас несущей способности и может выдержать большие нагрузки.

Рассмотрим ту же самую конструкцию, что и в случае № 1, но с учетом влияния силы тяжести (случай № 2), т.е. положим  $g_x=0, g_z=-9,81 \text{ м/с}^2$ . Плотность бетона во всех рассматриваемых случаях примем равной  $\rho = 1800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

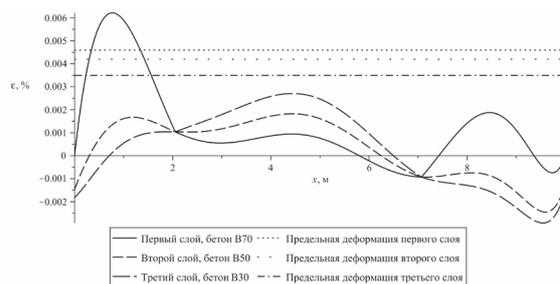


Рис. 7. Распределение деформации материалов на верхних контактных границах слоев по длине стержня (случай № 2) с учетом силы тяжести

Для данного случая рассмотрим распределение деформации материалов на верхних контактных границах слоев (рис. 7). Из рисунка видно, что ближе к левому краю стержня в первом слое деформация превысила предельное значение. Соответственно, будем считать, что конструкция не может выдержать приложенные нагрузки. Если для случая № 2 нагрузки (17) уменьшить в 3 раза (случай № 3) при неизменных других параметрах, тогда из результата расчетов, приведенных в таблице 2, видно, что деформации не превысили предельных значений, но дальнейшее повышение нагрузки нецелесообразно, т.к. стержень работает на пределе своих эксплуатационных возможностей.

Указанную конструкцию можно улучшить и существенно повысить несущую способность,

если использовать в качестве материалов слоев стержня сверхвысокопрочные сталефибробетоны [2], обозначим их В110\*, В128\*. Расчетные значения параметров указанных бетонов поместим в таблицу 1 (см. стр. 46). Как видно из таблицы 1, указанные модифицированные бетоны имеют существенно более высокие пределы прочности и предельные деформации при растяжении по сравнению с традиционными тяжелыми бетонами.

Изменим конструкцию 1 (рис. 3), заменив бетоны В30, В50, В70 на сверхвысокопрочные сталефибробетоны В128\*, В110\*, В110\*, тогда получим новую конструкцию (случай № 4) (рис. 8). С учетом наших предположений одинаковой плотности рассматриваемых бетонов массу всей конструкции будем считать одинаковой.

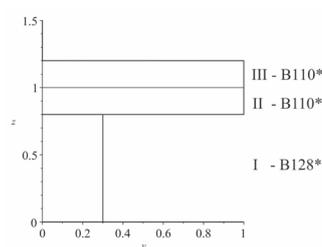


Рис. 8. Форма сечения в случае № 4

Внешние нагрузки на рассматриваемый стержень увеличим в 5 раз по сравнению с (20) и также будем учитывать, что, помимо указанных нагрузок, действует сила тяжести.

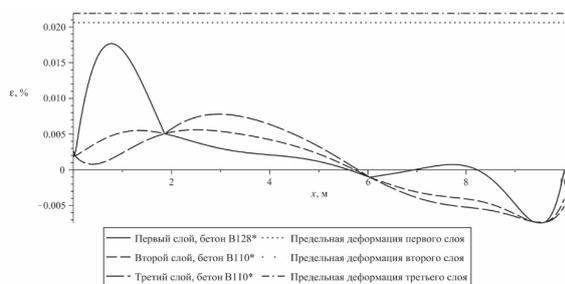


Рис. 9. Распределение деформации материалов на верхних контактных границах слоев по длине стержня (случай № 4) с учетом силы тяжести

Из рисунка 9 видно, что деформация не превысила предельные значения во всех слоях стержня. Таким образом, использование сталефибробетонов может существенно повысить несущую способность конструкции.

Изменим конфигурацию конструкции в случае № 4, поменяв местами сталефибробетоны В128\* и В110\* (рис. 10).

Из рисунка 11 видно, что деформация превысила предельные значения в первом слое стержня ближе к левому его концу. Причем для данной

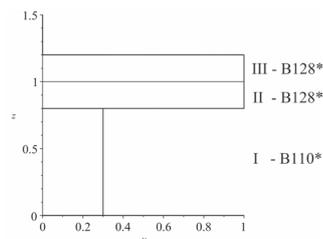


Рис. 10. Форма сечения в случае № 5

конфигурации стержня по сравнению с предыдущей расход более прочного материала В128\* больше, чем В110\*.

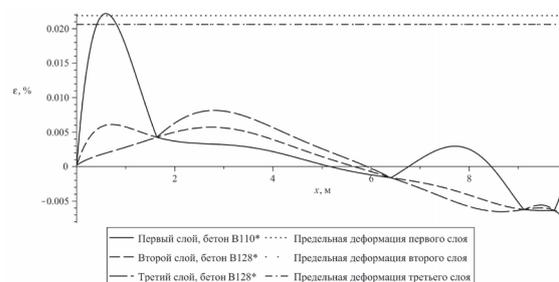


Рис. 11. Распределение деформации материалов на верхних контактных границах слоев по длине стержня (случай № 5) с учетом силы тяжести

**Закключение.** В данной работе мы показали, что предложенная методика может быть использована для расчета многослойных стержней постоянного поперечного сечения с учетом физической нелинейности материала слоев стержня. Данная методика позволяет узнать, в каком месте и в каком слое наиболее интенсивно будут происходить процессы начала разрушения конструкции, в том числе невидимые при визуальном осмотре. Показано, что при расчете конструкций из бетона очень важно учитывать влияние силы тяжести, игнорирование которой может привести к серьезным погрешностям при расчетах. Продемонстрировано, что использование сверхвысокопрочных сталефибробетонов может существенно повысить эксплуатационные характеристики конструкций при заданных уровнях нагружения. Показано, что за счет перераспределения материалов для многослойной конструкции можно получить изделия с более высокими эксплуатационными характеристиками.

Значения физических параметров бетонов

Марка бетона	Справочные значения			Расчетные значения			
	$\sigma_*^-, \text{ МПа}$	$\sigma_*^+, \text{ МПа}$	$E, \text{ ГПа}$	$\varepsilon_*^-, 10^{-2}$	$\varepsilon_*^+, 10^{-2}$	$A_{1i}, \text{ МПа}$	$A_{2i}, \text{ МПа}$
B10	6,0	0,56	19,0	0,0632	0,0029	19000	15041667
B30	17,0	1,15	32,5	0,1046	0,0035	32500	15533088
B50	27,5	1,60	38,0	0,1447	0,0042	38000	13127273
B70	37,0	1,90	41,0	0,1805	0,0046	41000	11358108
B100	47,5	2,20	43	0,2209	0,0051	43000	9731579
B110*	115,4	9,7	44,2	0,5222	0,0219	44200	4232322
B128*	132,5	10,1	49,0	0,5408	0,0206	49000	4530189

Таблица 2

Значения максимальных продольных перемещений, прогибов и максимальных деформаций для каждого номера конструкции

№ случая	$u_{0m}, \text{ мм}$	$w_{0m}, \text{ мм}$	$\varepsilon_{m1}, \text{ \%}$	$\varepsilon_{m2}, \text{ \%}$	$\varepsilon_{m3}, \text{ \%}$	$\frac{\varepsilon_{m1}}{\varepsilon_{*1}}, \text{ \%}$	$\frac{\varepsilon_{m2}}{\varepsilon_{*2}}, \text{ \%}$	$\frac{\varepsilon_{m3}}{\varepsilon_{*3}}, \text{ \%}$
1	0,022	-0,063	0,033	0,015	0,015	71	35	42
2	-0,020	-0,226	0,062	0,018	0,027	134	42	77
3	-0,038	-0,196	0,043	0,012	0,018	93	28	51
4	0,078	-0,409	0,177	0,056	0,078	85	25	35
5	0,044	-0,439	0,222	0,061	0,081	101	29	39

### Библиографический список

1. Кудяков А.И., Симакова А.С., Кондратенко В.А., Стешенко А.Б., Латыпов А.Д. Влияние органических добавок на свойства цементного теста и камня // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2018. № 6. URL: <https://doi.org/10.31675/1607-1859-2018-20-6-138-147>.
2. Каприелов С.С., Чилин И.А. Сверхвысокопрочный самоуплотняющийся фибробетон для монолитных конструкций // Вестник НИЦ. Строительство. 2017. № 1 (12).
3. Мут А.Р. Современные технологии производства ЖБИ // Бетон и железобетон. Оборудование. Материалы. Технологии. 2009.
4. Горынин Г.Л., Немировский Ю.В. Прогнозирование жесткостных характеристик бетонов при умеренных нагрузках // Известия Алтайского государственного университета. 2014. № 1-1. URL: [https://doi.org/10.14258/izvasu\(2014\)1.1-32](https://doi.org/10.14258/izvasu(2014)1.1-32).
5. Алмазов В.О., Забегаев А.В., Попов Н.Н., Расторгуев С.В. и др. Прогнозирование поведения железобетонных конструкций при сложных воздействиях природного и техногенного характера // Известия вузов. Строительство. 1994. № 11.
6. Гемлеринг А.В. Расчет стержневых систем. М., 1974.
7. Немировский Ю.В., Тихонов С.В. Предельное состояние бетонных и железобетонных стержней при сложном и продольно-поперечном изгибе // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2020. № 1. URL: <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2020.1.05>
8. Немировский Ю.В. Допредельное деформирование гибридных армированных бетонных конструкций // Вестник Чувашия государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2018. № 3 (37).
9. Голоскоков Д.П. Построение базиса для одномерных краевых задач в системах символьных вычислений // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2017. Вып. 1. URL: <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2017.1.77-86>.
10. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. 2013. URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200095246>.