УДК 519.8:581.132

## Анализ математической модели фотосинтеза в условиях защищенного грунта

В.В. Журавлева, А.С. Маничева, А.А. Мартынова

Алтайский государственный университет (Барнаул, Россия)

## Analysis of the Mathematical Model of Photosynthesis in Protected Ground

V.V. Zhuravleva, A.S. Manicheva, A.A. Martynova

Altai State University (Barnaul, Russia)

Актуальной является проблема прогнозирования изменения интенсивности фотосинтеза, связанного с изменением режима освещения, концентрации атмосферного углекислого газа и температуры. Соответствующие модели могут помочь выбрать оптимальный режим выращивания растений в защищенном грунте, а также служить основой для прогноза последствий глобального изменения климата. Отмечается, что в условиях защищенного грунта наиболее значим фактор освещенности растений.

Целью исследования является построение алгоритма досвечивания растений в условиях защищенного грунта на основе математической модели фотосинтеза. Авторами введена величина эффективности досвечивания и исследована ее зависимость от коэффициента светопропускания кровли.

Решение основной задачи исследования достигается тем, что световой режим в сооружениях защищенного грунта осуществляется на основе досвечивания до идеального (оптимального) для данного вида растений. Введенная величина эффективности досвечивания показывает, каковы будут затраты энергии на производство продуктов фотосинтеза и, как следствие, позволяет оценить экономические издержки.

Рассматриваемый способ искусственного освещения культур дает возможность эффективно использовать как солнечный свет, так и искусственное освещение, обеспечивая оптимальный режим освещения круглый год, что позволяет повысить интенсивность фотосинтеза на 50–80 %.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, фотосинтез, световой режим, фотосинтетически активная радиация, эффективность.

DOI 10.14258/izvasu(2020)4-13

The problem of predicting changes in the intensity of photosynthesis associated with changes in the lighting mode, atmospheric carbon dioxide concentration, and the temperature is urgent. Appropriate models can help choose the optimal mode of growing plants in protected soil, as well as serve as a basis for predicting the consequences of global climate change. It is noted that in the conditions of protected soil, the most significant factor is the illumination of plants.

The aim of the research is to construct an algorithm for additional illumination of plants in protected ground conditions based on a mathematical model of photosynthesis. The authors introduced the value of the efficiency of additional illumination and studied its dependence on the coefficient of light transmission of the roof.

The solution of the main task of the study is achieved by the fact that the light mode in protected ground structures is carried out on the basis of additional illumination to the ideal (optimal) for this type of plant. The entered value of the efficiency of additional illumination shows what energy costs will be for the production of photosynthesis products and, as a result, allows estimation of the economic costs.

The considered method of artificial lighting of plants makes it possible to effectively use both sunlight and artificial lighting, providing an optimal lighting mode all year round, and allows to increase the intensity of photosynthesis by 50–80 %.

*Key words:* mathematical modeling, photosynthesis, light mode, photosynthetically active radiation, efficiency.

Вводные замечания. В настоящее время актуальной является проблема прогнозирования изменения интенсивности фотосинтеза, связанного с изменением режима освещения, концентрации атмосферного углекислого газа и температуры. Соответствующие модели могут помочь выбрать оптимальный режим выращивания растений в закрытом грунте, а также служить основой для прогноза последствий глобального изменения климата [1–3].

Среди основных внешних факторов, влияющих на интенсивность процесса фотосинтеза, главными являются освещение, тепловой и водный режим, атмосферная концентрация углекислого газа и кислорода, а также режим минерального питания. От сочетания этих факторов, как следствие, зависят питание растений, их рост, развитие и урожайность [2–3].

В естественных условиях происходит сложное взаимодействие внешних и внутренних факторов. В силу этого суточный ход фотосинтеза неустойчив и подвержен значительным изменениям. При умеренной дневной температуре и достаточной влажности дневной ход фотосинтеза примерно соответствует изменению интенсивности солнечной инсоляции. Фотосинтез, начинаясь утром с восходом солнца, достигает максимума в полуденные часы, постепенно снижается к вечеру и прекращается с заходом солнца.

Влияние освещенности на продуктивность растений наиболее значимо. Компенсация недостатка освещенности по экономическим причинам более проблематична по сравнению с компенсацией недостатка других факторов [1–3].

Общеизвестно, что солнечная радиация улавливается листом не полностью, часть ее отражается, другая — проходит сквозь лист. Ту часть лучистой энергии, которую поглощают хлоропласты, называют фотосинтетически активной радиацией (ФАР). В различных географических широтах условия естественного освещения различны. Летом день на юге короче, на севере — длиннее. Однако солнце на юге высоко стоит над горизонтом, поэтому воздействует на растения иначе, чем на севере. На интенсивность естественного освещения растений влияют также облачность, дожди, загрязнение воздуха [2–3].

Условия освещенности растений в сооружениях защищенного грунта зависят от многих факторов, в частности — от угла наклона кровли, качества стекла или пленки на кровле. Интенсивность освещения влияет на сроки плодоношения и нарастания урожая (весной и летом растения растут быстрее, чем зимой).

Большое значение для процессов развития растений имеет спектральный состав радиации. Во многих источниках указывается, что, изменяя спектральный

состав освещения, можно ускорить рост растений, тем не менее это часто приводит к повышению заболеваемости растений [4].

Считается, что солнечный свет является лучшим освещением, поскольку филогенетическое развитие растений происходило именно на нем, растения лучше к нему приспособлены. Чем ближе спектральный состав искусственного освещения к естественному спектру, тем выше эффективность фитоценоза. Также отмечается, что для нормального физиологического развития большинства растений требуется несколько часов полной темноты [4].

Рассмотрим следующую ситуацию. Мы выращиваем растения в теплице и создаем подходящие условия по всем метеофакторам, чтобы организовать наиболее благоприятную среду для роста и развития. Тем не менее будем оптимизировать этот режим путем досвечивания. Например, в зимние месяцы в теплице можно будет организовать освещение, соответствующее летним месяцам. Либо в пасмурные дни досвечивать растения до режима непасмурного дня. Либо при выращивании растений в широтах, отличных от «родины» данного вида, есть смысл изменить длину светового дня и мощность освещения, применяя дополнительное искусственное освещение. Допустим, кровля теплицы частично пропускает солнечный свет, температура будет поддерживаться с помощью автоматических устройств (при необходимости), а насыщенность углекислого газа и кислорода также будет поддерживаться в оптимуме.

В ряде исследований [5–8] обоснована целесообразность и экономическая эффективность применения в тепличных хозяйствах светодиодных светильников, которые дают возможность регулирования мощности излучения. При обосновании авторы исследовали некоторые варианты режимов досвечивания растений в защищенном грунте.

Таким образом, была поставлена цель — построение алгоритма досвечивания растений в условиях защищенного грунта на основе математической модели фотосинтеза и определение эффективности досвечивания. Основными задачами при этом являются: 1) выбор адекватной модели фотосинтеза; 2) построение алгоритма досвечивания растений; 3) проведение численных экспериментов при различных параметрах теплиц (ключевой параметр — пропускная способность кровли); 4) определение зависимости эффективности режима досвечивания от коэффициента светопропускания кровли.

Описание модели фотосинтеза в условиях закрытого грунта. В большинстве современных комплексных прикладных моделей продуктивности растений реализована так называемая квазистатическая модель фотосинтеза с контрастным дыханием или ее модификации [9–14]. Для описания зависимости интенсивности фотосинтеза от интенсивности поглощенной растением ФАР используем однофакторную модель

$$\Phi_{L} = \frac{a_{\Phi} I_{\Phi} \Phi_{max}}{\Phi_{max} + a_{\Phi} I_{\Phi}}, \qquad (1)$$

где  $\Phi_{\max}$  — интенсивность фотосинтеза при насыщающих значениях ФАР;  $a_{\Phi}$  — наклон световой кривой фотосинтеза,  $I_{\Phi}$  — поглощенная растением ФАР [11].

Динамика суточной интенсивности фотосинтеза определяется ходом ФАР (без учета самозатенения растения) согласно зависимости

$$\Phi_{S} = \sum_{j=1}^{N} \Phi_{L}(I_{\Phi}(t_{j})) \Delta t_{j}, \qquad (2)$$

где  $\Phi_{\rm S}$  — суточный прирост первичных ассимилятов на единицу площади; N — число шагов по времени в течение светового дня;  $\Delta t_i$  — временной шаг.

Рассмотрим алгоритм, позволяющий оценить эффективность режима досвечивания (блок-схема представлена на рисунке 1).

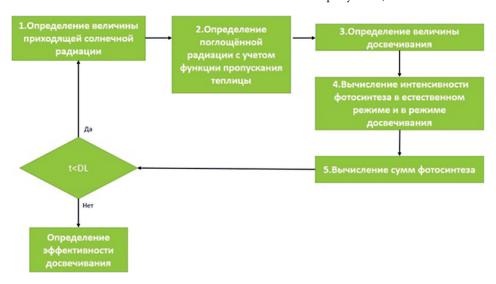


Рис. 1. Блок-схема алгоритма расчета эффективности режима досвечивания в условиях защищенного грунта (DL — длина дня (в часах), t — время от начала суток)

На входе алгоритма — выбор дня, широты местности, параметры растений ( $\Phi_{max}$  и  $a_{\Phi}$ ). На выходе — суточная сумма продуктов фотосинтеза и величина эффективности досвечивания на 1 единицу первичных ассимилятов в сутки.

Плотность потока солнечной радиации в зависимости от времени суток в оптимальных условиях определялась по полиному пятой степени:

$$I_s(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3 + c_4 t^4 + c_5 t^5,$$
 (3)

где коэффициенты  $c_k$  находились по эмпирическим данным.

Для определения поглощенной растением ФАР использовалась зависимость

$$I_{\Phi}(t) = k_{abs} \cdot K(t) \cdot I_{s}(t), \tag{4}$$

где  $k_{abs}$  — коэффициент поглощения ФАР; K(t) — функция светопропускания кровли:

$$K(t) = K_{max} \cdot g(t), \tag{5}$$

$$g(t) = \begin{cases} \frac{t}{DL} + \frac{1}{2}, \text{ ectru } t < \frac{DL}{2} \\ \frac{3}{2} - \frac{t}{DL}, \text{ whave.} \end{cases}$$
 (6)

 $K_{\scriptscriptstyle max}$  — коэффициент светопропускания кровли. Вспомогательная функция g(t) введена для того, чтобы отразить изменение светопропускной способности кровли в течение суток. Выбранная зависимость связана с тем, что в течение суток угол наклона солнечных лучей меняется. В реальной теплице эта функция может быть построена по эмпирическим данным.

В итоге эффективность досвечивания на 1 единицу первичной продукции фотосинтеза за сутки (Дж/г) определялась по формуле:

$$Eff = \frac{\sum \left(I^{id}(t_j) - I^{real}(t_j)\right)}{\sum \left(\Phi^{id}(t_j) - \Phi^{real}(t_j)\right)},$$
(7)

где  $\mathit{I}^{id}$  и  $\mathit{I}^{real}$  — плотности потока ФАР в оптимальных и реальных условиях;  $\Phi^{id}$  и  $\Phi^{real}$  — интенсивности фотосинтеза в оптимальных и реальных условиях.

Кроме того, при анализе режима досвечивания определялись в зависимости от  $K_{\max}$  относительные приросты суммарной плотности потока ФАР и суммарной интенсивности фотосинтеза:

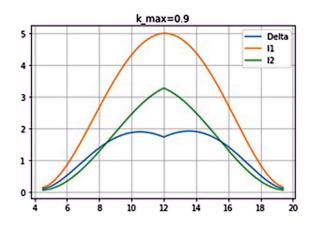
$$B_{\Sigma I} = \frac{\Sigma \left( I^{id}(t_j) - I^{real}(t_j) \right)}{\Sigma I^{real}(t_i)}, \tag{8}$$

$$B_{\Sigma\Phi} = \frac{\Sigma \left(\Phi^{id}(t_j) - \Phi^{real}(t_j)\right)}{\Sigma \Phi^{real}(t_j)}.$$
 (9)

Анализ результатов численных экспериментов по модели фотосинтеза в условиях закрытого грунта. При анализе эффективности досвечивания до оп-

тимального режима освещения рассматривалась ситуация выращивания растений в широтах, отличных от «родины» данного вида (дополнительное искусственное освещение должно не только компенсировать отраженную от кровли солнечную радиацию, но, более того, довести уровень освещения до значений, соответствующих широтам местности «родины» данного вида).

На рисунке 2 представлены графики суточного хода плотности потока ФАР (идеальная, реальная и разница Delta, которая определяет режим досвечивания) при двух выбранных значениях параметра пропускания солнечной радиации:  $K_{max} = 0.4$  и  $K_{max} = 0.9$ .



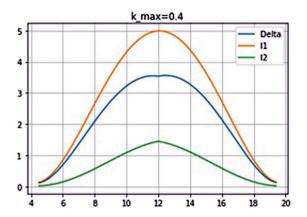


Рис. 2. Динамика суточного хода плотности потока ФАР: идеальная, реальная и разница Delta, которая определяет режим досвечивания

Авторами исследована зависимость величины эффективности досвечивания от коэффициента светопропускания кровли, определенная по суточным дан-

ным в июне и марте. Результат численных расчетов представлен соответственно в таблицах 1 и 2.

Таблица 1 Зависимость величины эффективности досвечивания от коэффициента светопропускания кровли, определенная по суточным данным в июне

	1 ''					
K <sub>max</sub>	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9
$\sum \left(I^{td}(t_j)-I^{rbal}(t_j) ight)$	358,1	306,0	254,0	201,8	149,8	123,7
$\sum \left(\Phi^{id}(t_j) - \Phi^{rbal}(t_j)\right)$	0,0010	0,0019	0,0025	0,0030	0,0034	0,0037
<i>Eff</i> , Дж/г	340,7	160,7	98,5	65,4	43,4	33,0
$B_{\Sigma^{I'}}$ %	_	587,5	162,5	64,6	28,7	16,4
$B_{\Sigma\Phi}$ , %	-	81,1	72,6	64,6	57,1	51,2

Таблица 2 Зависимость величины эффективности досвечивания от коэффициента светопропускания кровли, определенная по суточным данным в марте

K <sub>max</sub>	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9
$\sum \left(I^{id}(t_j)-I^{rbal}(t_j)\right)$	221,9	189,6	157,3	125,1	92,8	76,6
$\sum \left(\Phi^{id}(t_j) - \Phi^{rbal}(t_j)\right)$	0,0044	0,0050	0,0055	0,0058	0,0061	0,0063
<i>Eff</i> , Дж/г	49,7	37,5	28,5	21,3	15,1	12,1
Β <sub>Σ1</sub> , %	-	587,5	162,5	64,6	28,8	16,4
Β <sub>ΣΦ</sub> , %	-	82,5	74,3	66,5	59,0	53,2

Следует отметить, что относительные приросты суммарной плотности потока ФАР  ${\rm B_{\Sigma I}}$ и суммарной интенсивности фотосинтеза  ${\rm B_{\Sigma 0}}$  в численных экспериментах практически не зависели от выбранного месяца, но существенно зависели от коэффициента светопропускания кровли  $K_{max}$ , причем зависимость убывающая. Тем не менее абсолютные приросты суммарной плотности потока ФАР и суммарной ин-

тенсивности фотосинтеза существенно зависели от выбранного в эксперименте месяца. На рисунке 3 продемонстрированы зависимости эффективности досвечивания Eff от коэффициента светопропускания кровли в марте и июне. В марте эта зависимость имеет убывающий характер, близкий к линейному, а в июне наблюдается зависимость гиперболического типа.

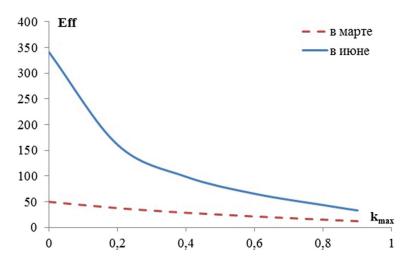


Рис. 3. Сравнение зависимостей эффективности досвечивания от коэффициента светопропускания кровли в марте и июне

Заключение. Решение основной задачи исследования достигается тем, что световой режим в сооружениях защищенного грунта осуществляется на основе досвечивания до идеального (оптимального) для данного вида растений. Введенная величина эффективности досвечивания показывает, каковы будут затраты энергии на производство продуктов фото-

синтеза, и, как следствие, позволяет оценить экономические издержки.

Рассматриваемый способ искусственного освещения растительных культур позволяет эффективно использовать как солнечный свет, так и искусственное освещение, обеспечивая оптимальный режим освещения круглый год, и позволяет повысить интенсивность фотосинтеза за сутки на 50–80 %.

## Библиографический список

- 1. Журавлева В.В., Казазаев В.В. О моделировании фотосинтеза растений в условиях глобального изменения климата // Известия Алт. гос. ун-та. 2017. № 4 (96). DOI: 10.14258/izvasu(2017)4-18.
  - 2. Экология: учебник / под ред. Г.В. Тягунова. М., 2005.
  - 3. Дмитриева Г.А. Физиология растений. М., 2005.
- 4. Аутко А.А., Гануш Г.И., Долбик Н.Н. Овощеводство защищенного грунта. Минск, 2006.
- 5. Каримов И.И., Яковлев С.М. Повышение эффективности облучения растений в условиях закрытого грунта // Достижения науки агропромышленному производству: материалы LIII Международной научно-технической конференции. Челябинск, 2014.
- 6. Каримов И.И., Галиуллин Р.Р. Эффективность использования светодиодных светильников в тепличных хозяйствах // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2016. № 1 (12).
- 7. Молчанов А.Г., Самойленко В.В. Энергосберегающее оптическое облучение промышленных теплиц. Ставрополь, 2013.
- 8. Юферев Л.Ю., Шахраманьян М.А., Стребков Д.С., Прошкин Ю.А. Светодиодное освещение на основе резонансной системы передачи электрической энергии // Альтернативная энергетика и экология. 2012. № 11 (115).

- 9. Хворова Л.А., Брыксин В.М., Гавриловская Н.В., Топаж А.Г. Математическое моделирование и информационные технологии в экологии и природопользовании. Барнаул, 2013.
- 10. Penning de Vries F.W.T., Van Laar H.H. Simulation of plant growth and crop production. Wageningen, 1982.
- 11. Полуэктов Р.А., Смоляр Э.И., Терлеев В.В., Топаж А.Г. Модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур. СПб., 2006.
- 12. Bernacchi C.J., Singsaas E.L., Pimentel C., Portis A.R., Long S.P. Improved temperature response functions for models of Rubisco-limited photosynthesis // Plant, Cell and Environment. 2001. Vol. 24. DOI: 10.1111/j.1365-3040.2001.00668.x.
- 13. Журавлева В.В. Моделирование процессов фотосинтеза и фотодыхания  $C_3$ -растений // Математическая биология и биоинформатика. 2015. Т. 10. Вып. 2. DOI: 10.17537/2015.10.482.
- 14. Журавлева В.В. Об одной модели фотосинтеза // Агроэкосистемы в естественных и регулируемых условиях: от теоретической модели к практике прецизионного управления: материалы Всероссийской научной конференции (с международным участием). СПб., 2016.