

**К проблеме восстановления массового состава космических лучей сверхвысоких и ультравысоких энергий на основе данных о пространственном распределении заряженных частиц ШАЛ в различных диапазонах радиальных расстояний**

*Р.И. Райкин, Н.В. Волков, А.А. Лагутин, Т.Л. Серебрякова, С.В. Солдаткин*

Алтайский государственный университет (Барнаул, Россия)

**On the Problem of Ultrahigh Energy Cosmic Ray Mass Composition Evaluation from Lateral Distributions of EAS Charged Particles Measured at Different Ranges of Radial Distances**

*R.I. Raikin, N.V. Volkov, A.A. Lagutin, T.L. Serebryakova, S.V. Soldatkin*

Altai State University (Barnaul, Russia)

Представлены результаты анализа данных моделирования порождаемых космическими лучами сверхвысоких и ультравысоких энергий широких атмосферных ливней (ШАЛ). Анализ выполнен в рамках развиваемого авторами скейлингового подхода к описанию функций пространственного распределения электронов и мюонов ШАЛ. Обсуждается метод восстановления массового состава космических лучей по данным существующих наземных гибридных экспериментов с учетом потенциала их планируемых расширений, а также установок следующего поколения, позволяющий минимизировать влияние неопределенности модели адрон-ядерных взаимодействий, аппаратурных и методических погрешностей на физические выводы относительно типа первичной частицы.

Показано, что использование масштабного параметра радиального распределения в качестве индикатора типа первичной частицы, а также наличие универсальной зависимости между масштабным параметром ФПР и (продольным) возрастом каскада открывают возможности для повышения точности восстановления массового состава как на ансамблевой, так и на событийной основе в рамках единого метода в широкой области первичных энергий.

**Ключевые слова:** космические лучи, массовый состав, атмосферные ливни, ШАЛ, пространственное распределение, скейлинг, гибридные установки по регистрации ШАЛ.

The results of the analysis of simulations of extensive air showers (EAS) generated by ultrahigh energy cosmic rays are presented. The analysis was performed within the framework of the scaling approach developed by the authors to describe the lateral distribution functions of electrons and muons of EAS. We discuss a method to evaluate the mass composition of cosmic rays from the experimental data of existing ground-based hybrid experiments with consideration of the potential of their forthcoming extensions as well as the next generation experiments. The discussed method allows minimizing the influence of the uncertainty of nuclear interaction model, instrumental and methodical biases on physical conclusions with respect to the type of primary particle.

It is shown that the use of the scale parameters of the lateral distributions as an indicator of primary particle, as well as the universal relationship between the scale parameters of the lateral distribution and the (longitudinal) age of the cascade, provides improving mass composition estimations on both the average and event-by-event basis by a single method in a wide primary energy range

**Key words:** cosmic rays, mass composition, air showers, EAS, lateral distribution, scaling, hybrid EAS arrays.

**Введение.** Надежное восстановление массового состава космических лучей по данным о широких атмосферных ливнях, инициируемых частицами первичного космического излучения (ПКИ) в атмосфере Земли, является на современном этапе ключевой задачей, решение которой необходимо для физически обоснованного выбора между сценариями происхождения космических лучей сверхвысоких и ультравысоких энергий [1–3].

Малость потока космических лучей сверхвысоких и ультравысоких энергий предопределяет использование для их исследования методов, основанных на регистрации наземными (в ближайшей перспективе и орбитальными) детекторами различных компонент ШАЛ, с последующей реконструкцией направления прихода энергии и типа первичной частицы на основе сопоставлений с результатами теоретических расчетов, выполненных в различных моделях ядерных взаимодействий.

На сегодняшний день крупнейшие в мире действующие наземные установки по регистрации ШАЛ Auger Observatory, Telescope Array, Якутская комплексная установка ШАЛ представляют собой гибридные эксперименты, использующие различные технологии регистрации, сочетающие главным образом наземную решетку детекторов заряженных частиц, детекторы вторичного атмосферного флуоресцентного и/или черенковского излучения, а также радиоизлучения ШАЛ. Восстановление массового состава производится путем сопоставлений теоретических расчетов и данных экспериментов по средним значениям, флуктуациям и корреляциям таких экспериментальных наблюдаемых, как глубина максимума каскадной кривой, глубина рождения мюонов, полное число электронов и мюонов на уровне наблюдения и их локальные плотности на большом расстоянии от оси ливня, а также распределения времени прихода заряженных частиц на уровень наблюдения и пространственного распределения радиоизлучения ШАЛ [4–14].

Несмотря на значительный прогресс последних лет, связанный как с накоплением экспериментальных данных о различных компонентах ШАЛ, так и с развитием новых методов и техник их интерпретации, полученные результаты остаются неоднозначными во всей доступной для изучения методом ШАЛ области энергий. Особую актуальность представляет собой область ультравысоких энергий ( $E > 10^{18}$  эВ), где данные крупнейших экспериментов Auger Observatory и Telescope Array, с учетом последних результатов совместного анализа объединенных групп вышеназванных коллабораций по массовому составу и энергетическому спектру [13,15], не позволяют отождествить зарегистрированное подавление потока первичных частиц при предельно высоких энергиях с ГЗК-обрезанием [1]. С другой

стороны, на основе анализа анизотропии направлений прихода частиц с энергиями свыше  $10^{18.9}$  эВ коллаборацией Auger сделан вывод о внегалактическом происхождении космических лучей ультравысоких энергий [16,17]. Как следствие неопределенность массового состава ПКИ на сегодняшний день представляет собой главное препятствие для надежной физической интерпретации особенностей в энергетическом спектре, выявления переходной области энергии, разделяющей космические лучи галактического и внегалактического происхождения, и в конечном итоге для решающей дискриминации моделей ускорения и распространения космических лучей.

В настоящей работе развивается предложенный авторами подход [18–21] к восстановлению массового состава ПКИ, основанный на универсальных физических свойствах развития атмосферных ливней (применение новых индикаторов типа первичной частицы — масштабных параметров функций пространственного распределения, измеряемых наземными детекторами заряженных частиц в различных диапазонах расстояний от оси ливня, обеспечивающих на порядок большую статистику по сравнению с детекторами атмосферного излучения ШАЛ). Показано, что использование данного подхода в рамках многокомпонентного анализа данных (мульти-)гибридных измерений в комбинации с независимо измеряемыми параметрами продольного развития (возраст/глубина максимума каскадной кривой) дает возможность эффективной дискриминации индивидуальных событий по типу первичной частицы.

**1. Масштабная инвариантность радиального распределения электронов и мюонов.** В наших работах [18–27] было установлено, что функции пространственного распределения (ФПР) электронов в атмосферных ливнях от гамма-квантов и ядер, а также ФПР мюонов в ШАЛ, генерированных ядрами, демонстрируют свойство масштабной инвариантности:

$$\rho(r; E, X) = \frac{N(E, X)}{R_0^2(E, X)} F\left(\frac{r}{R_0(E, X)}\right). \quad (1)$$

Здесь  $\rho(r; E, X)$  — локальная плотность числа частиц на расстоянии  $r$  от оси ШАЛ первичной энергии  $E$ , измеряемая на уровне наблюдения (глубине в атмосфере)  $X$ ,  $N(E, X)$  — полное число частиц на уровне наблюдения (размер ливня),  $R_0$  — масштабный параметр ФПР, являющийся функцией первичной энергии и уровня наблюдения, а также зависящий от типа первичной частицы и угла прихода ливня. Функция  $F(r/R_0)$  является масштабно-инвариантной (скейлинговой) частью ФПР, практически не зависящей от энергии и типа первичной частицы, уровня наблюдения, на-

клона ливня и в широких пределах нечувствительной к модели адрон-ядерных взаимодействий. Таким образом, зависимость формы радиального распределения от параметров ливня полностью описывается вариациями единственного масштабного параметра  $R_0$ .

Согласно нашим расчетам, выполненным при помощи различных моделей и кодов, радиальные распределения электронов (включая электронно-фотонные каскады, порождаемые гамма-квантами вплоть до предельно высоких энергий с учетом эффекта Ландау-Померанчука-Мигдала и взаимодействия с геомагнитным полем [21, 28]) и мюонов хорошо описываются в рамках однопараметрического скейлингового представления (1) в диапазоне радиальных расстояний от  $r \sim 10$  м до  $r \sim (2-4)$  км в зависимости от возраста каскада.

На рис. 1–2 приведены инвариантные части и относительные погрешности скейлингового описания средних ФПР электронов ( $> 1$  МэВ) и мюонов ( $> 10$  МэВ) на уровне моря в вертикальных ШАЛ от про-

тонов и ядер железа в диапазоне первичных энергий ( $10^{15} - 10^{19}$ ) эВ [18]. Расчеты выполнены при помощи кода CORSIKA [29] v.7.4100 в моделях адрон-ядерных взаимодействий EPOS LHC v.3400 and QGSJet-II-04 (FLUKA 2011.2c.2). Для получения адекватных оценок локальных плотностей числа частиц на очень больших расстояниях от оси ливня были установлены следующие значения параметров пороговой энергии статистического прореживания и предельного веса частицы:  $\epsilon_{th} = E/E_0 = 10^{-8}$ ;  $\omega_{max} = 10^2$ .

Масштабные параметры  $R_0$  были восстановлены фитированием полученных в результате моделирования ФПР с применением итерационной процедуры, описанной в [18]. Для функции  $F(x)$  использовалось полиномиальное представление, обеспечивающее наилучшее совокупное описание всех данных моделирования для каждого сорта регистрируемых частиц.

Как видно из рис. 1–2, радиальные распределения электронов и мюонов хорошо согласуются с однопараметрическим скейлинговым представле-

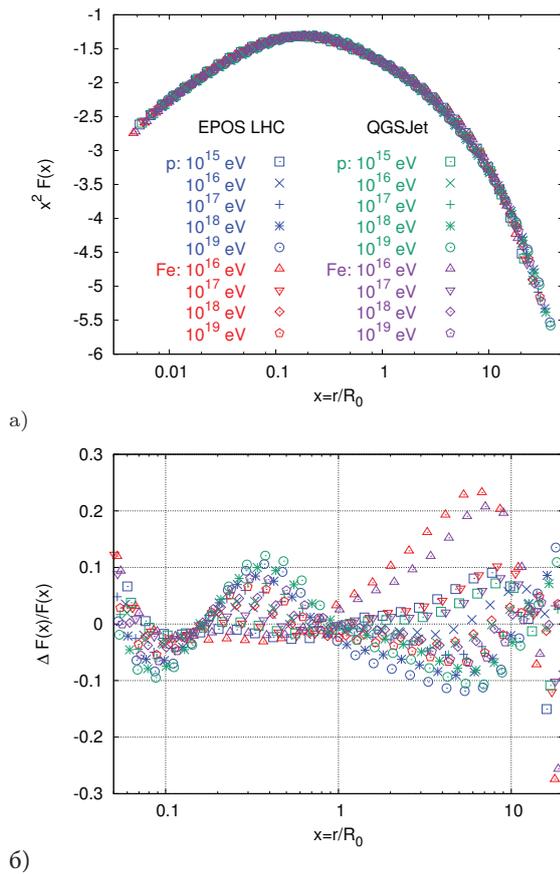


Рис. 1. Инвариантная часть (а) и относительные погрешности (б) скейлингового описания средних ФПР электронов на уровне моря в вертикальных ШАЛ от протонов и ядер железа в диапазоне первичных энергий ( $10^{15} - 10^{19}$ ) эВ в моделях адрон-ядерных взаимодействий EPOS LHC and QGSJet [18]

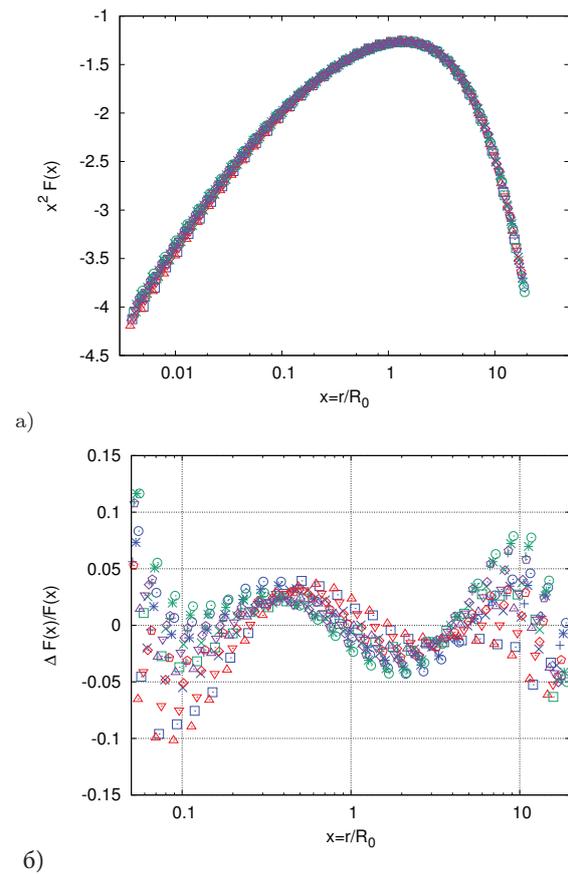


Рис. 2. Инвариантная часть (а) и относительные ошибки (б) скейлингового описания средних ФПР мюонов на уровне моря в вертикальных ШАЛ от протонов и ядер железа в диапазоне первичных энергий ( $10^{15} - 10^{19}$ ) эВ в моделях EPOS LHC и QGSJet [18]. Используются те же обозначения, что и на рис. 1

нием (1) в диапазоне скейлинговой переменной  $x = r/R_0 = (0.05 - 20)$ . В случае ФПР электронов относительные погрешности находятся в пределах 15%, за исключением ШАЛ от ядер железа с  $E = 10^{16}$  эВ, где погрешность достигает 30%. Для ФПР мюонов погрешности скейлингового описания не превышают 12%.

## 2. Свойство универсальности развития ШАЛ.

В основе концепции универсальности развития атмосферных ливней, опирающейся на классические результаты электромагнитной каскадной теории, лежит подобие энергетических спектров, радиальных и угловых распределений низкоэнергетичных частиц в ливнях на одной и той же стадии развития каскадного процесса (см., например, [30]). Как следствие зависимости между различными характеристиками ливней, параметризованные с использованием возраста каскада, демонстрируют в той или иной степени инвариантность относительно свойств первичной частицы, что позволяет разрабатывать эффективные подходы и методики обработки и физической интерпретации экспериментальных данных.

На рис. 3а) приведены масштабные параметры  $R_0$  радиального распределения электронов и мюонов на уровне моря в зависимости от глубины максимума ШАЛ для средних вертикальных ШАЛ, инициированных протонами и ядрами железа, в диапазоне энергий ( $10^{15} - 10^{19}$ ) эВ в моделях EPOS LHC и QGSJet [18]. Как для электронов, так и для мюонов, наблюдается функциональная зависимость  $R_0(X_{\max})$ , связывающая ключевые параметры поперечного и продольного развития среднего ливня, что является очевидным проявлением свойства универсальности.

На рис. 3б) параметры  $R_0$  и  $X_{\max}$  приведены для индивидуальных ШАЛ от протонов ядер железа с энергией  $10^{17}$  эВ в модели EPOS LHC. Наблюдается выраженная антикорреляция между  $R_0$  и  $X_{\max}$ , допускающая эффективное разделение ШАЛ от протонов и ядер железа. При этом использование масштабных параметров ФПР электронов более эффективно по сравнению с ФПР мюонов.

**3. Масштабный параметр ФПР, восстановленный по данным в ограниченных диапазонах радиальных расстояний, как индикатор типа первичной частицы.** Распределения глубины максимума каскадной кривой  $X_{\max}$  (а) и масштабного параметра  $R_0$  ФПР электронов (б) для вертикальных ливней от гамма-квантов, протонов и ядер железа первичной энергии  $10^{18}$  эВ (модель EPOS LHC) приведены на рис. 4 [28].

Легко видеть, что масштабный параметр  $R_0$  индивидуальных ШАЛ, полученный по результатам моделирования, является более чувствительным индикатором типа первичной частицы по сравнению

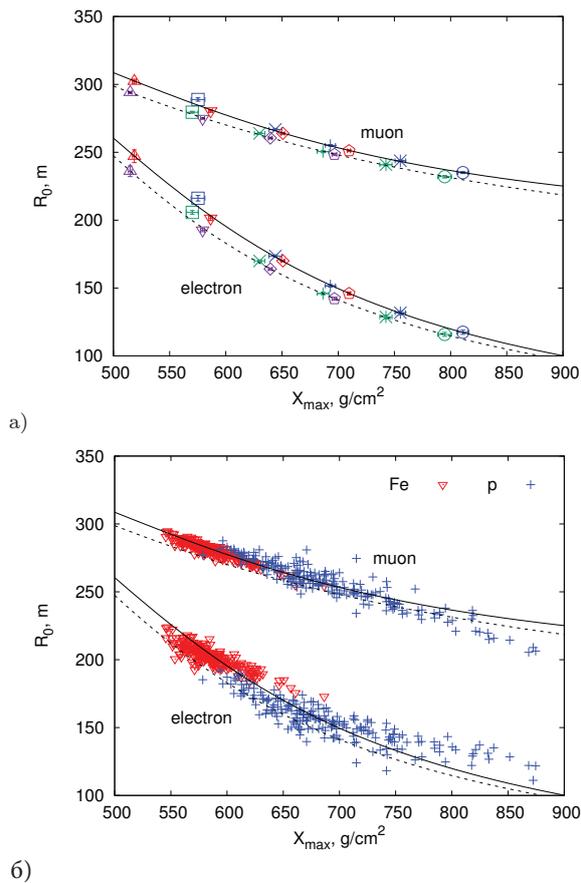


Рис. 3. Масштабные параметры  $R_0$  радиального распределения электронов (внизу) и мюонов (вверху) на уровне моря в зависимости от глубины максимума ШАЛ [18]. а) Символы — параметры средних вертикальных ШАЛ, инициированных протонами и ядрами железа, в диапазоне энергий ( $10^{15} - 10^{19}$ ) эВ в моделях EPOS LHC и QGSJet. Обозначения те же, что на рис. 1. Кривые — аппроксимации  $R_0(X_{\max})$  для EPOS LHC (сплошная) and QGSJet (пунктирная), б) Символы — параметры 200 индивидуальных ШАЛ от протонов (синие крестики) и ядер железа (красные треугольники) с энергией  $10^{17}$  эВ в модели EPOS LHC. Кривые — аппроксимации для параметров средних ШАЛ (те же, что на рис. 3а))

с глубиной максимума каскадной кривой как при ансамблевом, так и при событийном анализе. Таким образом, значения  $R_0$ , восстановленные по данным детекторов наземной решетки, обеспечивающих на порядок большую статистику по сравнению с детекторами атмосферного излучения, используемыми для измерения  $X_{\max}$ , потенциально могут применяться для эффективной классификации ШАЛ по типу первичной частицы.

Вместе с тем надежное восстановление параметра  $R_0$  по данным наземных экспериментов требует прецизионных измерений формы ФПР в очень широком диапазоне радиальных расстоя-

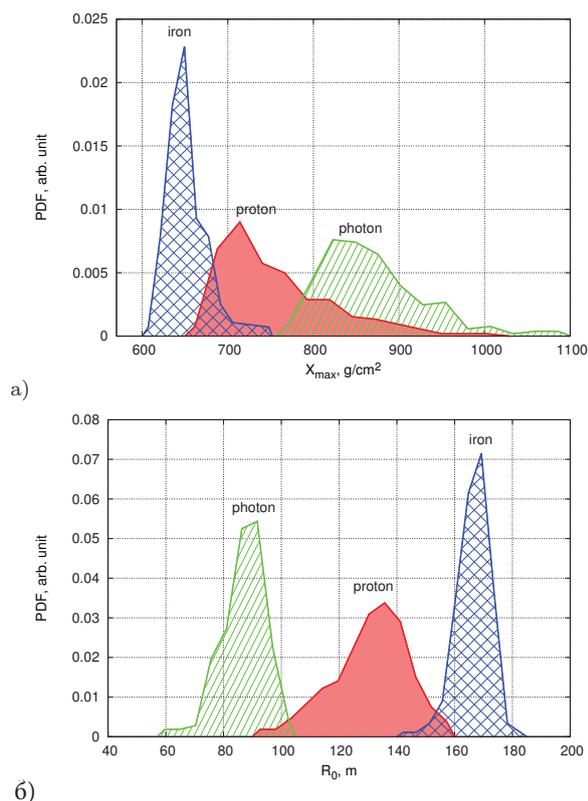


Рис. 4. Распределения глубины максимума каскадной кривой  $X_{\max}$  (а) и масштабного параметра  $R_0$  (б) для вертикальных ливней от гамма-квантов (зеленый, штриховка), протонов (красный, сплошной) и ядер железа (синий, двойная штриховка) первичной энергии  $10^{18}$  эВ (модель EPOS LHC) [28]

ний с разделением электронной и мюонной компонент, что невозможно для существующих установок.

С целью анализа эффективности использования масштабных параметров ФПР, полученных в реальных экспериментах, для реконструкции типа первичной частицы нами проведено восстановление параметров  $R_0$  по данным моделирования в различных диапазонах радиальных расстояний (10–4000 м; 100–600 м; 500–2000 м; 100–200 м).

Результаты показали, что оценки масштабных параметров, выполненные по данным моделирования в ограниченных диапазонах радиальных расстояний,  $R_0^{1-r_2}$  существенно отличаются от  $R_0$ , восстановленных во всем диапазоне расстояний, для которого справедливо скейлинговое представление ФПР. Указанные различия растут с уменьшением энергии. Однако при этом во всем диапазоне энергий сохраняется однозначная функциональная зависимость  $R_0^{1-r_2}(X_{\max})$  и выраженная антикорреляция между этими параметрами в индивидуальных событиях. Оценки масштабных параметров ФПР

электронов  $R_0^{10-4000}$ ,  $R_0^{100-600}$ ,  $R_0^{500-2000}$ ,  $R_0^{100-200}$  для средних вертикальных ШАЛ от протонов на уровне моря в зависимости от глубины максимума ШАЛ в диапазоне энергий ( $10^{15} - 10^{19}$ ) эВ (модель EPOS LHC) приведены на рис. 5.

Таким образом, совместный анализ масштабных параметров ФПР электронов и мюонов и глубины максимума каскадной кривой ШАЛ, полученных по данным гибридных экспериментов, независимо измеряющих параметры продольного и поперечного развития ливня, дает возможность для увеличения эффективности классификации ШАЛ по типу первичной частицы, в том числе на событийной основе.

**Заключение.** Ключевой проблемой для осуществления физически обоснованного выбора между обсуждаемыми сценариями происхождения космических лучей сверхвысоких и ультравысоких энергий является на сегодняшний день проблема надежного определения химического состава ПКИ, в особенности в области ультравысоких энергий [1–3].

Для восстановления массового состава широко применяются методы (см. [4–14]), основанные на сопоставлении данных измерений и результатов теоретических расчетов средних значений, флуктуаций, корреляций, вплоть до конкретных особенностей распределений таких экспериментальных наблюдаемых, как глубина максимума каскадной кривой, глубина рождения мюонов, полное число электронов и мюонов на уровне наблюдения и их локальные плотности на больших расстояниях от оси ливня, а также распределений времени прихода заряженных частиц на уровень наблюдения и пространственного распределения радиоизлучения ШАЛ.

Однако на сегодняшний день между результатами, полученными различными методами и по данным различных установок, имеются противоречия, обусловленные, по-видимому, аппаратными и методическими систематическими погрешностями, а также такими факторами, как сильная модельная зависимость прежде всего характеристик мюонной компоненты, невозможность достаточно точного измерения ФПР заряженных частиц и мюонов и эффективного разделения этих компонент в локальной плотности числа частиц вследствие большого пространственного разнесения детекторов установок, нацеленных на область ультравысоких энергий, ограничений, накладываемых характеристиками конкретных детекторов и др.

Решение этой проблемы требует, с одной стороны, повышения информативности экспериментальных данных (модернизация и расширение установок Auger (проект Auger Prime [31]) и Telescope Array (TALE,

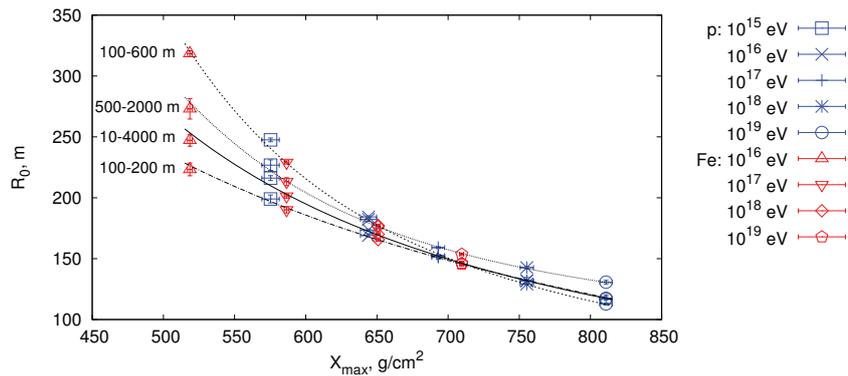


Рис. 5. Оценки масштабных параметров  $R_0^{r_1-r_2}$  ФПР электронов средних вертикальных ШАЛ от протонов на уровне моря в диапазонах 10 — 4000 м; 100 — 600 м; 500 — 2000 м; 100 — 200 м в зависимости от глубины максимума ШАЛ при энергиях ( $10^{15} - 10^{18}$ ) эВ (модель EPOS LHC)

ТАx4 [32]), предусматривающих, в частности, возможность более точного измерения формы пространственного распределения электромагнитной и мюонной компонент ШАЛ с возможностью многокомпонентного анализа в рамках (мульти-) гибридной технологии регистрации, а с другой стороны — совершенствования методов восстановления состава с целью снижения влияния неопределенности модели адрон-ядерных взаимодействий, аппаратных и методических погрешностей, а также метеозффектов на физические выводы относительно типа первичной частицы.

Представленный в настоящей работе подход, основанный на универсальных модельно независимых свойствах развития атмосферных ливней, открывает возможности для повышения точности

восстановления массового состава космического излучения сверхвысоких и ультравысоких энергий как на ансамблевой, так и на событийной основе. Восстановление массового состава, а также реанализ и проверка согласованности данных различных экспериментов могут быть выполнены в широкой области энергий по данным установок, регистрирующих радиальное распределение заряженных частиц ШАЛ, в том числе, по результатам мультигибридных измерений ближайшего будущего в таких экспериментах, как Якутская комплексная установка ШАЛ, обсерватория TAIGA (Tunka-Grande), Telescope Array (TALE, TAx4), Pierre Auger Observatory (Auger Prime).

## Библиографический список

1. Sarazin F., Anchordoqui J.L., Beatty et al. What is the Nature and Origin of the Highest-Energy Particles in the Universe? // Bulletin of the American Astronomical Society. 2019. 51 (3).
2. Aloisio R., Berezhinsky V., Blasi P. Ultra high energy cosmic rays: implications of Auger data for source spectra and chemical composition // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. 2014. 10.
3. Aloisio R. Acceleration and propagation of ultra high energy cosmic rays // Progress of Theoretical and Experimental Physics. 2017. 07.
4. Kampert K.-H., Unger M. Measurements of the cosmic ray composition with air shower experiments // Astropart. Phys. 2012. 35. 10.
5. Haungs A. Cosmic Rays from the Knee to the Ankle // Physics Procedia. 2015. 61.
6. Abbasi R.U., Abe M., Abu-Zayyad T. et al. Study of Ultra-High Energy Cosmic Ray composition using Telescope Array's Middle Drum detector and surface array in hybrid mode // Astropart. Phys. 2015. 64.
7. Yushkov A., Risse M., Werner M., Krieg J. Determination of the proton-to-helium ratio in cosmic rays at ultra-high energies from the tail of the  $X_{\max}$  distribution // Astropart. Phys. 2016. 85.
8. Aab A., Abreu P., Aglietta M. et al. Evidence for a mixed mass composition at the 'ankle' in the cosmic-ray spectrum // Physics Letters B. 2016. 762.
9. Buitink S., Corstanje A., Falcke H. et al. A large light-mass component of cosmic rays at  $10^{17} - 10^{17.5}$  electronvolts from radio observations // Nature. 2016. 531.
10. Yushkov A. Recent results from the Pierre Auger Observatory on the mass composition and hadronic interactions of ultra-high energy cosmic rays // EPJ Web of Conferences. 2017. 145. 05002.

11. Hörandel J.R., Bonardi A., Buitink S. et al. The mass composition of cosmic rays measured with LOFAR // EPJ Web of Conferences. 2017. 136. 02001.
12. Chiavassa A. Measurement of the cosmic ray spectrum and chemical composition in the  $10^{15} - 10^{18}$  eV energy range // EPJ Web of Conferences. 2018. 172. 07001.
13. Hanlon W., Bellido J., Belz J. et al. Report of the Working Group on the Mass Composition of Ultrahigh Energy Cosmic Rays // JPS Conf. Proc. 2018. 19. 011013.
14. Karpikov I.S., Rubtsov G.I., Zhezher Ya.V. Lower limit on the ultrahigh-energy proton-to-helium ratio from the measurements of the tail of the  $X_{\max}$  distribution // Phys. Rev. D. 2018. 98. 10. 103002.
15. Abu-Zayyad T., Deligny O., Ikeda D. Auger-TA energy spectrum working group report // EPJ Web of Conferences. 2019. 210. 01002.
16. Aab A., Abreu P., Aglietta M. et al. Observation of a Large-scale Anisotropy in the Arrival Directions of Cosmic Rays above  $8 \times 10^{18}$  eV. // Science. 2017. 357. 635.
17. Aab A., Abreu P., Aglietta M. et al. Large-scale Cosmic-Ray Anisotropies above 4 EeV Measured by the Pierre Auger Observatory. // Astrophys. J. 2018. 868. 4.
18. Raikin R., Serebryakova T., Volkov N., Lagutin A. On the efficiency of the evaluation of the primary cosmic ray composition using lateral distributions of air shower electron and muon components // Journal of Physics: Conf. Series. 2019. 1181. 012032.
19. Raikin R.I., Serebryakova T.L., Lagutin A.A., Volkov N.V. Improving the accuracy of cosmic ray mass composition estimation using the scale factor of the electron lateral distribution in air showers // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. 81. 4.
20. Raikin R., Serebryakova T., Lagutin A., Volkov N. Model-Stable Universality of the Air Shower Electromagnetic Component: an Approach to Solving the Mass Composition Problem // EPJ Web Conf. 2017. 145. 19014.
21. Lagutin A.A., Raikin R.I., Serebryakova T.L. Air shower universality in the energy range of  $10^{14}$  to  $10^{22}$  eV // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2013. 77. 5.
22. Raikin R.I., Lagutin A.A. Changes in mass composition of primary cosmic rays above the knee: towards a model-independent evaluation // Proc. 32nd ICRC 2011: Beijing, China. 2011. 1.
23. Raikin R.I., Lagutin A.A. Model-independent approach to deducing the mass composition of primary cosmic rays on the basis of the scale invariance in the radial distribution of electrons in extensive air showers // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2011. 75. 3.
24. Raikin R.I., Lagutin A.A., Tyumentsev A.G. Model-insensitive approach to the cosmic ray primary mass composition deduction // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 2009. 196.
25. Raikin R.I., Lagutin A.A., Yushkov A.V. Cosmic ray primary mass composition above the knee: deduction from lateral distribution of electrons // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 2008. 175-176.
26. Lagutin A.A., Raikin R.I., Inoue N., Misaki A. Electron lateral distribution in air showers: Scaling formalism and its implications // J. Phys. G. 2002. 28.
27. Lagutin A.A., Raikin R.I. Lateral distribution of electrons in EAS at superhigh energies: predictions and experimental data // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 2001. 97.
28. Serebryakova T., Volkov A., Lagutin A., Raikin R., Misaki A. Lateral distributions of electrons in air showers initiated by ultra-high energy gamma quanta taking into account LPM and geomagnetic field effects // Journal of Physics: Conf. Series. 2019. 1181. 012088.
29. Heck D., Knapp J., Capdevielle J.N. et al. CORSIKA: A Monte Carlo code to simulate extensive air showers Forschungszentrum Karlsruhe Report FZKA 6019 (1998)
30. Lipari P. Concepts of "age" and "universality" in cosmic ray showers // Phys. Rev. D. 2009. 79. 063001.
31. Aab A., Abreu P., Aglietta M. et al. The Pierre Auger Observatory Upgrade "AugerPrime" Preliminary Design Report arXiv:1604.03637 [astro-ph. IM]. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/1604.03637.pdf>
32. Kido E. The TAx4 experiment // PoS (ICRC2017). 2017. 386.