

ФИЗИКА

УДК 535.233.52+535.243.2

Оптимизация параметров температурного распределения частиц газотермического потока по спектру теплового излучения частиц*

В.И. Иордан

Алтайский государственный университет (Барнаул, Россия)

Parametric Optimization of the Particle Temperature Distribution of the Gas-Thermal Flux by the Means of Thermal Radiation Spectrum of Particles

V.I. Jordan

Altai State University (Barnaul, Russia)

Рассматривается применение метода измерения распределенного параметра температуры в потоке частиц, основываясь на решении обратной задачи, использующей экспериментально зарегистрированный суммарный (интегральный) спектр теплового излучения частиц гетерогенного газотермического потока. Для выходного сигнала, регистрирующего спектр теплового излучения частиц линейным многоэлементным фотоприемником, приведено «измерительное» уравнение в виде уравнения Фредгольма 1-го рода, в котором используется функция плотности температурного распределения частиц и функция Планка.

Приведено краткое изложение вывода обратного интегрального оператора для решения обратной задачи по определению температурного распределения частиц. Для двух модельных функций температурного распределения частиц выведены функции интегрального спектра теплового излучения частиц, для которых на основе экспериментально зарегистрированного интегрального спектра теплового излучения с помощью процедуры «наименьших квадратов» осуществлена оптимизация параметров обеих модельных функций распределений.

Ключевые слова: температурное распределение частиц, обратная задача, спектр теплового излучения, параметрическая оптимизация.

This paper discusses the application of a method for measuring the distributed temperature parameter of particles based on the solution of the inverse problem that uses the experimentally recorded integral thermal radiation spectrum of heterogeneous gas-thermal flux particles. The output signal that registers the thermal radiation spectrum of particles is measured by a linear multi-element photodetector. The measuring equation for the output signal is presented as a Fredholm equation of the first kind with a temperature density distribution function and the Planck function.

A brief derivation of the inverse operator is provided for the solution of the inverse problem of determination of particle temperature distribution. Integral spectrum functions of thermal radiation of particles are derived for two model functions of particle temperature distribution. Parameters of these two model functions are optimized using the least-squares method and the experimentally obtained integral thermal radiation spectrum.

Key words: particle temperature distribution, inverse problem, thermal radiation spectrum, parametric optimization.

DOI 10.14258/izvasu(2020)1-01

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-41-220004).

Введение

В современном машиностроении и других отраслях промышленности важное место занимают газотермические технологии напыления защитных покрытий (плазменное, детонационно-газовое, сверхзвуковое газопламенное HVOF и др.) [1]. В результате их применения получают достаточно плотные, термобарьерные, износостойкие и коррозионно-устойчивые покрытия. Оптические методы контроля скорости и температуры дисперсной фазы потока позволяют поддерживать оптимальные режимы напыления покрытий [2–6].

В настоящей статье рассматривается применение метода измерения распределенного параметра температуры по потоку частиц на основании решения обратной задачи, использующей экспериментально зарегистрированный интегральный спектр теплового излучения потока частиц.

1. Теоретические аспекты метода измерения распределенного параметра температуры по потоку частиц

В работах [7, 8] с учетом спектральной плотности энергетической светимости ансамбля нагретых частиц теоретически обосновано «измерительное» уравнение в виде интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода:

$$B(\lambda) = S_{\Sigma} \cdot \beta(\lambda) \cdot \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} \varphi(\lambda, T) \cdot \varepsilon_2(T) \cdot P(T) dT, \quad (1)$$

$$\beta(\lambda) = \alpha(\lambda) \cdot \varepsilon_1(\lambda), \quad (2)$$

где $B(\lambda)$ — выходной сигнал, регистрируемый линейным многоэлементным фотоприемником, установленным в фокальной плоскости спектрофотометра; S_{Σ} — суммарная поверхность всех частиц потока из измерительного объема; $\varphi(\lambda, T) = C_1 \cdot \lambda^{-5} / (e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1)$ — спектральная плотность излучения «абсолютно черного тела» — функция Планка ($C_1 = 2\pi h c^2$, $C_2 = hc / k$); $P(T)$ — функция плотности вероятности распределения частиц по значениям температуры. Функция $\alpha(\lambda)$ является «аппаратной функцией мультипликативных искажений» выходного сигнала [7, 8]. В формулах (1), (2) учтена относительная излучательная способность частиц порошка в виде модельной функции

$$\varepsilon(\lambda, T) = \varepsilon_1(\lambda) \cdot \varepsilon_2(T), \quad (3)$$

где $\varepsilon_1(\lambda)$ — осредненная изменяющаяся в узком диапазоне спектральная составляющая относительной излучательной способности частиц $\varepsilon(\lambda, T)$, а вторую составляющую $\varepsilon_2(T) = \varepsilon_q(T)$ называют «интегральным коэффициентом черноты $\varepsilon_q(T)$ » серого тела [4, 9–12] (как правило, для металлических частиц растет с увеличением T). Для фотоприемников, регистриру-

ющих спектр в оптическом диапазоне (в относительном смысле в узком диапазоне), функцию $\varepsilon_1(\lambda)$ можно принять за константу ε_1 . В плазменных потоках напыления частиц величина «разброса» значений температуры частиц от T_{\min} до T_{\max} по отношению к самой температуре частиц невелика, поэтому в первом приближении довольно часто коэффициент черноты $\varepsilon_q(T)$ полагают константой [4, 9–12]. В работе [8] были получены выражения для решения обратной задачи.

Ниже повторим основные формульные преобразования с некоторыми изменениями в замене переменных. Полученные в результате преобразований выражения (11)–(13) будут использованы в следующем подразделе статьи при выводе расчетных формул «интегрального» спектра теплового излучения частиц струи напыления, соответствующих модельным функциям плотности распределения частиц $P(T)$.

Введем обозначения функций: $g(T) = \varepsilon_q(T) \cdot P(T)$, $\eta(\lambda) = C_1 \cdot \lambda^{-5} \cdot S_{\Sigma} \cdot \alpha(\lambda) \cdot \varepsilon_1(\lambda)$. Тогда экспериментально зарегистрированный интегральный спектр $B(\lambda)$ равен:

$$B(\lambda) = \eta(\lambda) \cdot \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} J(\lambda, T) \cdot g(T) dT, \quad (4)$$

$$J(\lambda, T) = 1 / (e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1). \quad (5)$$

Произведем замену переменных подобно тому, как это сделано в [8], но переменная ω имеет другое выражение: $\omega = 1 / \lambda$; $t = C_2 / T$. При этом: $\lambda = 1 / \omega$, $T = C_2 / t$; $dT = -C_2 dt / t^2$; $t_{\max} = C_2 / T_{\min}$; $t_{\min} = C_2 / T_{\max}$. Тогда

$$G(\omega) = B(1 / \omega) = \gamma(\omega) \cdot \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} J(\omega, t) \cdot f(t) dt, \quad (6)$$

где знак «минус», полученный при замене дифференциала, учтен при перестановке значений пределов интегрирования. Функции $f(t)$, $\gamma(\omega)$ и $J(\omega, t)$ принимают несколько иные выражения по сравнению с выражениями в [8]:

$$f(t) = \varepsilon_q(C_2 / t) \cdot P(C_2 / t) / t^2, \quad (7)$$

$$\gamma(\omega) = C_1 \cdot C_2 \cdot \omega^5 \cdot S_{\Sigma} \cdot \alpha(1 / \omega) \cdot \varepsilon_1(1 / \omega), \quad (8)$$

$$J(\omega, t) = \frac{1}{e^{\omega t} - 1} = \frac{e^{-\omega t}}{1 - e^{-\omega t}} = e^{-\omega t} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\omega t}}. \quad (9)$$

Так как в (9) переменная $t \in [t_{\min}, t_{\max}]$ и $t_{\min} \neq 0$, тогда $e^{-\omega t} < 1$ и с учетом известного разложения в ряд

Маклорена функции $(1 - x)^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$ ядро $J(\omega, t)$

$$J(\omega, t) = e^{-\omega t} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\omega t}} = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n \omega t}. \quad (10)$$

При $\omega \rightarrow 0$ в (10) множитель $e^{-\omega t} \cong 1 - \omega t$, и тогда функция ядра $J(\omega, t)$ имеет особенность вида $J(\omega, t) \cong (1 - \omega t) / \omega t$, которая корректируется множителем ω^5 за счет $\gamma(\omega)$. Нормировка зарегистрированного фотоприемником интегрального теплового спектра $G(\omega)$ на функцию $\gamma(\omega)$, определяемую на эта-

пе калибровки, позволяет с учетом (6), (10) и обозначения:

$$\Phi(\omega) = G(\omega) / \gamma(\omega), \quad (11)$$

учитывая вне диапазона $[t_{\min}, t_{\max}]$ условие $f(t) = 0$, перейти к уравнению [8]:

$$\Phi(\omega) = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} J(\omega, t) \cdot f(t) dt = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} e^{-n\omega t} f(t) dt = \sum_{n=1}^{\infty} F(n\omega), \quad (12)$$

$$F(n\omega) = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} e^{-n\omega t} f(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-n\omega t} f(t) dt. \quad (13)$$

Аппроксимируя функцию $G(\omega)$, полученную в эксперименте, можно определить функцию $\Phi(\omega) = G(\omega) / \gamma(\omega)$. С учетом (13) для $n = 1$

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} e^{-\omega t} f(t) dt. \quad (14)$$

С другой стороны, с учетом $\Phi(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} F(n\omega)$ из (12)

и на основании известной формулы обращения [13], использующей функцию Мебиуса $\mu(m)$, для $\omega > 0$

$$F(\omega) = \sum_{m=1}^{\infty} \mu(m) \cdot \Phi(m\omega). \quad (15)$$

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{p \cdot t} \left(\sum_{m=1}^{\infty} \mu(m) \cdot \Phi(m\omega) \right) dp = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \left(\sum_{m=1}^{\infty} \mu(m) \cdot e^{p \cdot t} \Phi(m\omega) \right) dp = \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \left(\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\mu(m)}{m} \cdot e^{\frac{m\omega t}{m}} \Phi(m\omega) \right) d(m\omega) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma'-i\infty}^{\sigma'+i\infty} \left(\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\mu(m)}{m} \cdot e^{\frac{s \cdot t}{m}} \right) \Phi(s) ds = \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma'-i\infty}^{\sigma'+i\infty} J_{-1}(s, t) \Phi(s) ds. \end{aligned} \quad (17)$$

Ядро обратного интегрального оператора (17) — производящая функция

$$J_{-1}(s, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\mu(m)}{m} \cdot e^{\frac{s \cdot t}{m}}. \quad (18)$$

В вычислительном аспекте решение обратной задачи (17)–(18) затруднительно. Поэтому далее рассмотрим решение обратной задачи на двух примерах модельных функций плотности температурного распределения.

2. Модельные температурные распределения частиц и их интегральные спектры теплового излучения

В процессе плазменного напыления покрытия из порошка частиц диоксида циркония ZrO_2 (стабилизированного Y_2O_3) был зарегистрирован интегральный спектр $B(\lambda)$ теплового излучения плазменного

В отношении действительной переменной ω справедливо аналитическое продолжение в комплексной плоскости с комплексной переменной s .

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-s \cdot t} f(t) dt = \sum_{m=1}^{\infty} \mu(m) \cdot \Phi(ms) \quad (16)$$

соответствует прямому одностороннему преобразованию Лапласа. Применив обратное преобразова-

ние Лапласа $f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{s \cdot t} F(s) ds$, получим функ-

цию:

потока частиц ZrO_2 с помощью спектрометра ВТС-110S в диапазоне длин волн (280–850 нм). Как уже говорилось выше, в первом приближении осредненную функцию $\varepsilon_1(\lambda) = \varepsilon_1(1/\omega)$ можно считать константой ε_1 (в оптическом диапазоне). Тогда с учетом констант формулу (8) можно записать в виде (произведение констант заменим на C_3)

$$\gamma(\omega) = C_3 \cdot \omega^5 \cdot \alpha(1/\omega) = C_3 \cdot \lambda^5 \cdot \alpha(\lambda). \quad (19)$$

Аналогично вторую составляющую $\varepsilon_2(T) = \varepsilon_4(T)$ заменим константой $\varepsilon_2 = \varepsilon_4$.

Согласно (7) и условию $t = C_2 / T$ функция $f(t) = C_4 \cdot T^2 \cdot P(T)$ и

$$P(T) = C_5 \cdot f(C_2 / T) / T^2, \quad (20)$$

где константы: $C_4 = \varepsilon_2 / C_2^2$ и $C_5 = 1 / C_4$. Тогда с учетом (6), (11)–(13), (19) и условия $\omega = 1 / \lambda$ определяем следующие выражения:

$$\Phi(1/\lambda) = C_6 \cdot \lambda^5 \cdot W(\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} F(n/\lambda), \quad (21)$$

$$F(n/\lambda) = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} e^{-(n/\lambda)t} f(t) dt, \quad (22)$$

где $C_6 = 1 / C_3$ и $W(\lambda)$ — результат коррекции экспериментально зарегистрированного спектра $B(\lambda)$ с учетом «аппаратной» функции $\alpha(\lambda)$

$$W(\lambda) = B(\lambda) / \alpha(\lambda). \quad (23)$$

В вычислительных экспериментах были выбраны две модельные функции $f(t)$.

1. Функция в виде «параболы» (ее ветви направлены вниз)

$$f(t) = \begin{cases} f_0(t) \equiv 0, & t \in (-\infty, \tau_1), \\ f_1(t) = -A_1 \cdot (t - \tau_1) \cdot (t - \tau_2), & t \in [\tau_1, \tau_2], \\ f_2(t) \equiv 0, & t \in (\tau_2, +\infty), \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f_1(t) &= -A_1 \cdot (t - \tau_1) \cdot [(t - \tau_1) - (\tau_2 - \tau_1)] = -A_1 \left\{ \frac{2}{2!} \cdot (t - \tau_1)^2 - \frac{(\tau_2 - \tau_1)}{1!} (t - \tau_1) \right\} = \\ &= -A_1 \cdot (t - \tau_2) \cdot [(t - \tau_2) + (\tau_2 - \tau_1)] = -A_1 \left\{ \frac{2}{2!} (t - \tau_2)^2 + \frac{(\tau_2 - \tau_1)}{1!} (t - \tau_2) \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

В выражении (24) в каждой фигурной скобке записаны разложения $f_1(t)$ в ряды Тейлора (в точках τ_1 и τ_2), и производные начиная с третьей и выше рав-

ны 0. Применяя свойства «ступенчатой» функции [14]: $u(t - \tau_1) = 1$ и $u(t - \tau_2) = 0$ при $\tau_1 < t < \tau_2$, т.е. $[u(t - \tau_1) - u(t - \tau_2)] \cdot f_1(t) = f_1(t)$, получим [14]:

$$f(t) = u(t - \tau_1) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f_1^{(k)}(\tau_1)}{k!} (t - \tau_1)^k - u(t - \tau_2) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f_1^{(k)}(\tau_2)}{k!} (t - \tau_2)^k, \quad (25)$$

для которого «изображение» (по преобразованию Лапласа [14]) имеет вид:

$$\overline{f(s)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f_1^{(k)}(\tau_1)}{s^{k+1}} e^{-s \cdot \tau_1} - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f_1^{(k)}(\tau_2)}{s^{k+1}} e^{-s \cdot \tau_2}. \quad (26)$$

В нашем случае

$$\begin{aligned} \overline{f(s)} &= -A_1 \left\{ \left[\frac{2}{s^3} e^{-s \cdot \tau_1} - \frac{(\tau_2 - \tau_1)}{s^2} e^{-s \cdot \tau_1} \right] - \left[\frac{2}{s^3} e^{-s \cdot \tau_2} + \frac{(\tau_2 - \tau_1)}{s^2} e^{-s \cdot \tau_2} \right] \right\} = \\ &= \frac{A_1}{s^2} \left\{ (\tau_2 - \tau_1) (e^{-s \cdot \tau_1} + e^{-s \cdot \tau_2}) - \frac{2}{s} (e^{-s \cdot \tau_1} - e^{-s \cdot \tau_2}) \right\}. \end{aligned} \quad (27)$$

Переходя в «частотную» область ($s = n\omega = n/\lambda$), получим выражение:

$$\begin{aligned} F(n/\lambda) &= \frac{A_1 \lambda^2}{n^2} \left\{ (\tau_2 - \tau_1) \left(e^{-\frac{n \cdot \tau_1}{\lambda}} + e^{-\frac{n \cdot \tau_2}{\lambda}} \right) - \frac{2 \cdot \lambda}{n} \left(e^{-\frac{n \cdot \tau_1}{\lambda}} - e^{-\frac{n \cdot \tau_2}{\lambda}} \right) \right\} = \\ &= \frac{A_1 \lambda^2}{n^2} \left\{ C_2 \cdot \left(\frac{1}{T_{\min}} - \frac{1}{T_{\max}} \right) \cdot \left(e^{\frac{-n \cdot C_2}{\lambda \cdot T_{\max}}} + e^{\frac{-n \cdot C_2}{\lambda \cdot T_{\max}}} \right) - \frac{2 \cdot \lambda}{n} \left(e^{\frac{-n \cdot C_2}{\lambda \cdot T_{\max}}} - e^{\frac{-n \cdot C_2}{\lambda \cdot T_{\min}}} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (28)$$

где $\tau_1 = t_{\min} = C_2 / T_{\max}$, $\tau_2 = t_{\max} = C_2 / T_{\min}$.

При использовании (22) выражение (28) получается при взятии интеграла «по частям» (замена переменной: $z = -n \cdot (t - \tau_1) / \lambda$ и $z_0 = -n \cdot (\tau_2 - \tau_1) / \lambda$):

$$\begin{aligned}
 F(n/\lambda) &= -A_1 \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left[(t - \tau_1)^2 - (\tau_2 - \tau_1)(t - \tau_1) \right] e^{\frac{-n \cdot t}{\lambda}} dt = \\
 &= A_1 \left(\frac{\lambda}{n} \right)^3 e^{\frac{-n \cdot \tau_1}{\lambda}} \left\{ \int_0^{z_0} z^2 e^z dz - z_0 \int_0^{z_0} z e^z dz \right\} = A_1 \left(\frac{\lambda}{n} \right)^3 e^{\frac{-n \cdot \tau_1}{\lambda}} \left\{ e^{z_0} (2 - z_0) - (2 + z_0) \right\} = \\
 &= A_1 \left(\frac{\lambda}{n} \right)^2 e^{\frac{-n \cdot \tau_1}{\lambda}} \left\{ \left(\frac{\lambda}{n} \right) e^{z_0} (2 - z_0) - \left(\frac{\lambda}{n} \right) (2 + z_0) \right\} = \\
 &= \frac{A_1 \lambda^2}{n^2} \left\{ (\tau_2 - \tau_1) \cdot \left(e^{\frac{-n \cdot \tau_1}{\lambda}} + e^{\frac{-n \cdot \tau_2}{\lambda}} \right) - \frac{2 \cdot \lambda}{n} \cdot \left(e^{\frac{-n \cdot \tau_1}{\lambda}} - e^{\frac{-n \cdot \tau_2}{\lambda}} \right) \right\}. \tag{29}
 \end{aligned}$$

2. Функция в виде «треугольного» распределения:

$$f(t) = \begin{cases} f_0(t) \equiv 0, & t \in (-\infty, \tau_1), \\ f_1(t) = k_1 \cdot (t - \tau_1), & t \in [\tau_1, \tau_2], \\ f_2(t) = k_2 \cdot (t - \tau_3), & t \in (\tau_2, \tau_3], \\ f_3(t) \equiv 0, & t \in (\tau_3, +\infty), \end{cases} \tag{30}$$

где $k_1 = h / (\tau_2 - \tau_1)$; $k_2 = -h / (\tau_3 - \tau_2)$, h — высота «треугольника» (рис.), $\tau_1 = t_{\min} = C_2 / T_{\max}$, $\tau_2 = t_0 = C_2 / T_0$, $\tau_3 = t_{\max} = C_2 / T_{\min}$.

$$f_1(t) = k_1 \cdot (t - \tau_1) = k_1 \cdot (t - \tau_2) + k_1 \cdot (\tau_2 - \tau_1) = k_1 \cdot (t - \tau_2) + h, \tag{31}$$

$$f_2(t) = k_2 \cdot (t - \tau_3) = k_2 \cdot (t - \tau_2) + k_2 \cdot (\tau_2 - \tau_3) = k_2 \cdot (t - \tau_2) + h. \tag{32}$$

Используя «ступенчатую» функцию, для функции $f(t)$ получим выражение:

$$\begin{aligned}
 f(t) &= [u(t - \tau_1) f_1(t) - u(t - \tau_2) f_1(t)] + [u(t - \tau_2) f_2(t) - u(t - \tau_3) f_2(t)] = \\
 &= \{ k_1 (t - \tau_1) \cdot u(t - \tau_1) - [k_1 (t - \tau_2) + h] \cdot u(t - \tau_2) \} + \\
 &+ \{ [k_2 (t - \tau_2) + h] \cdot u(t - \tau_2) - k_2 (t - \tau_3) \cdot u(t - \tau_3) \}. \tag{33}
 \end{aligned}$$

Тогда преобразование Лапласа для функции (33) принимает вид:

$$\begin{aligned}
 \overline{f(s)} &= \left\{ \frac{k_1}{s^2} e^{-s \cdot \tau_1} - \left[\frac{k_1}{s^2} e^{-s \cdot \tau_2} + \frac{h}{s} \right] \right\} + \left\{ \left[\frac{k_2}{s^2} e^{-s \cdot \tau_2} + \frac{h}{s} \right] - \frac{k_2}{s^2} e^{-s \cdot \tau_3} \right\} = \\
 &= \frac{1}{s^2} \{ k_1 e^{-s \cdot \tau_1} + (k_2 - k_1) e^{-s \cdot \tau_2} - k_2 e^{-s \cdot \tau_3} \} = \\
 &= \frac{A_2}{s^2} \{ (\tau_3 - \tau_2) e^{-s \cdot \tau_1} + (\tau_2 - \tau_1) e^{-s \cdot \tau_3} - (\tau_3 - \tau_1) e^{-s \cdot \tau_2} \}, \tag{34}
 \end{aligned}$$

$$A_2 = \frac{h}{(\tau_2 - \tau_1) \cdot (\tau_3 - \tau_2)} = \frac{h \cdot T_0^2 \cdot T_{\min} \cdot T_{\max}}{C_2^2 \cdot (T_0 - T_{\min}) \cdot (T_{\max} - T_0)}. \tag{35}$$

Переходя в «частотную» область ($s = n\omega = n/\lambda$), получим выражение:

$$F\left(\frac{n}{\lambda}\right) = \frac{A_2 \lambda^2}{n^2} \left\{ (\tau_3 - \tau_2) e^{\frac{-n \cdot \tau_1}{\lambda}} + (\tau_2 - \tau_1) e^{\frac{-n \cdot \tau_3}{\lambda}} - (\tau_3 - \tau_1) e^{\frac{-n \cdot \tau_2}{\lambda}} \right\} =$$

$$= \frac{A_2 \lambda^2}{n^2} \left\{ \left(\frac{1}{T_{\min}} - \frac{1}{T_0} \right) \cdot e^{\frac{-n \cdot C_2}{\lambda T_{\max}}} + \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_{\max}} \right) \cdot e^{\frac{-n \cdot C_2}{\lambda T_{\min}}} - \left(\frac{1}{T_{\min}} - \frac{1}{T_{\max}} \right) \cdot e^{\frac{-n \cdot C_2}{\lambda T_0}} \right\}. \quad (36)$$

Выражение (36) получается при использовании (22) и замены переменной t ($y = -n \cdot (t - \tau_1) / \lambda$; $y_0 = -n \cdot (\tau_2 - \tau_1) / \lambda$; $z = -n \cdot (t - \tau_3) / \lambda$; $z_0 = -n \cdot (\tau_3 - \tau_2) / \lambda$):

$$F\left(\frac{n}{\lambda}\right) = k_1 \int_{\tau_1}^{\tau_2} (t - \tau_1) e^{\frac{-n \cdot t}{\lambda}} dt + k_2 \int_{\tau_2}^{\tau_3} (t - \tau_3) e^{\frac{-n \cdot t}{\lambda}} dt = \frac{\lambda^2}{n^2} \left\{ k_1 e^{\frac{-n \cdot \tau_1}{\lambda}} \int_0^{y_0} y e^y dy + k_2 e^{\frac{-n \cdot \tau_3}{\lambda}} \int_{-z_0}^0 z e^z dz \right\} =$$

$$= \frac{\lambda^2}{n^2} \left\{ k_1 e^{\frac{-n \cdot \tau_1}{\lambda}} \left[(y_0 - 1) e^{y_0} + 1 \right] + k_2 e^{\frac{-n \cdot \tau_3}{\lambda}} \left[-1 + (z_0 + 1) e^{-z_0} \right] \right\} =$$

$$= \frac{\lambda^2}{n^2} \left\{ k_1 e^{\frac{-n \cdot \tau_1}{\lambda}} + (k_2 - k_1) \cdot e^{\frac{-n \cdot \tau_2}{\lambda}} - k_2 \cdot e^{\frac{-n \cdot \tau_3}{\lambda}} \right\} =$$

$$= \frac{A_2 \lambda^2}{n^2} \left\{ (\tau_3 - \tau_2) e^{\frac{-n \cdot \tau_1}{\lambda}} + (\tau_2 - \tau_1) e^{\frac{-n \cdot \tau_3}{\lambda}} - (\tau_3 - \tau_1) e^{\frac{-n \cdot \tau_2}{\lambda}} \right\}. \quad (37)$$

3. Результаты вычислительных экспериментов

Рабочий диапазон длин волн для спектрометра ВТС-110S составляет 280–850 нм, в котором компо-

ненты $F(n/\lambda)$, начиная с $n=4$, порядка в 10^8 раз меньше $F(1/\lambda)$. Поэтому в сумме (21) учитывались первые три члена. Используя связь (21) между тепловым спек-

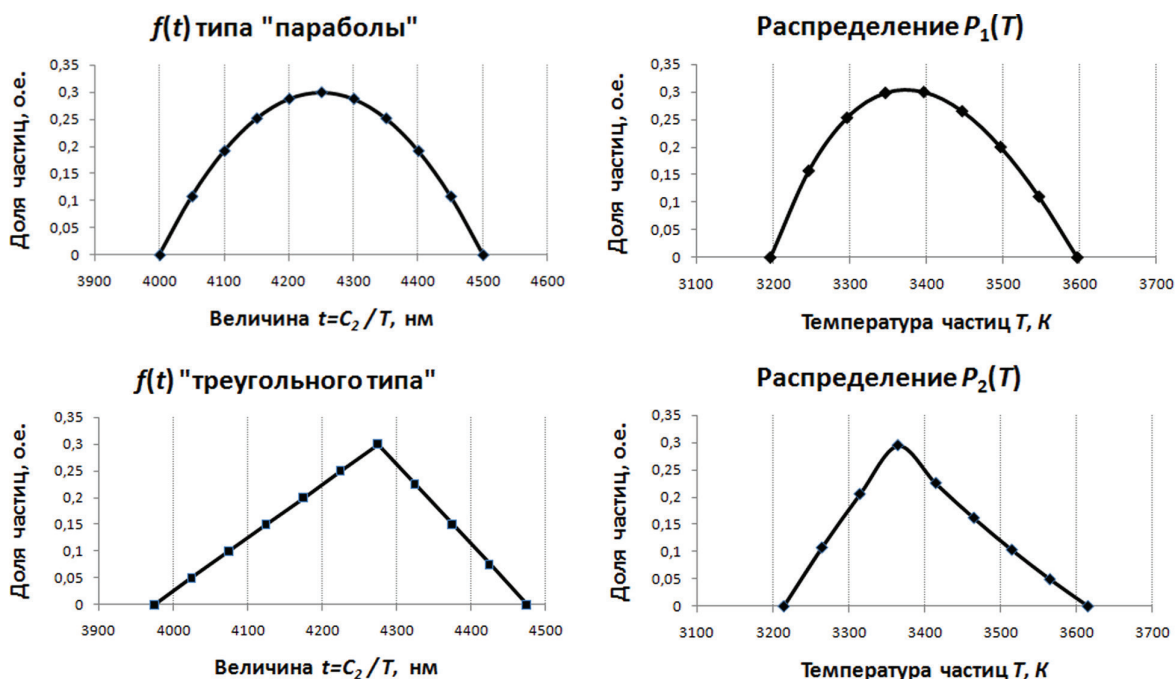


Рис. Температурные распределения частиц для двух моделей: слева — в координатах $t = C_2 / T$; справа — по абсолютной шкале температур T

Замечание: на графиках (рис.) по оси Y для удобства выбран диапазон от 0 до 0.35, поэтому условие нормировки вероятности $\int_{T_{\min}}^{T_{\max}} P(T) dT = 1$ не соблюдено, однако при оценке математических ожиданий распределений оно было учтено.

тром $W(\lambda)$ частицами ZrO_2 (после коррекции согласно (23)) и $\Phi(1/\lambda)$, из экспериментальных значений $W_{\text{эсп.}}(\lambda_i)$ были пересчитаны $\Phi_{\text{эсп.}}(1/\lambda_i)$ для двух модельных температурных распределений (24) и (30). Используя выражения (28) и (36) для формирования

соответствующих сумм $\sum_{n=1}^3 F(n/\lambda_i)$, соответствующих

распределениям (24) и (30), в соответствии с процедурой метода «наименьших квадратов» были получены «оптимальные» параметры модельных распределений (24) и (30). Затем согласно (20) были рассчитаны соответствующие температурные распределения по шкале T в кельвинах ($T = C_2/t$, $C_2 = 14.38786 \cdot 10^6 \text{ нм} \cdot \text{К}$, рис.): $P_1(T)$ — для модели в виде «параболы» (24); $P_2(T)$ — для модели «треугольника» (30). Получены оптимальные значения параметров для модели «параболы»: 4000 нм , $\tau_2 \cong 4500 \text{ нм}$, $T_{\text{min}} \cong 3197 \text{ К}$, $T_{\text{max}} \cong 3597 \text{ К}$, $M(T) \cong 3388.2 \text{ К}$ — математическое ожидание распре-

деления $P_1(T)$. Для модели «треугольника»: $\tau_1 \cong 3980 \text{ нм}$, $\tau_2 \cong 4276 \text{ нм}$, $\tau_3 \cong 4475 \text{ нм}$, $T_{\text{min}} \cong 3215 \text{ К}$, $T_0 \cong 3365 \text{ К}$, $T_{\text{max}} \cong 3615 \text{ К}$, $M(T) \cong 3392.8 \text{ К}$ — математическое ожидание распределения $P_2(T)$.

Заключение

Как видно из рисунка и приведенных оптимальных параметров распределений, математические ожидания для двух различных моделей достаточно близки (различие менее 5 К) и «дисперсионные» диапазоны практически совпадают (сдвиг относительно друг друга составляет 18 К), что подтверждает перспективность предлагаемого метода измерения распределенного параметра температуры в газотермическом потоке частиц.

Благодарности

Выражаю благодарность И.П. Гуляеву, старшему научному сотруднику лаборатории № 9 ИТПМ им. С.А. Христиановича СО РАН, за предоставленные данные по экспериментальному спектру теплового излучения потока частиц ZrO_2 .

Библиографический список

1. Жуков М.Ф., Солоненко О.П. Высокотемпературные запыленные струи в процессе обработки порошковых материалов : монография / под ред. акад. В.Е. Накорякова. Новосибирск, 1990.
2. Иордан В.И., Соловьев А.А. Оптико-электронные методы тестирования систем измерения температурно-скоростных параметров частиц при плазменном напылении порошковых покрытий // Известия Алт. гос. ун-та. Серия : Физика. 2010. № 1/2 (65).
3. Долматов А.В., Гуляев И.П., Имамов Р.Р. Спектральный пирометр для контроля температуры в процессах термосинтеза // Вестник Югорского гос. ун-та. 2014. № 2 (33).
4. Магунов А.Н. Спектральная пирометрия (обзор) // Приборы и техника эксперимента. 2009. № 4.
5. Mauer G., Vassen R. and Stöver D. Study on detection of melting temperatures and sources of errors using two-color pyrometry for in-flight measurements of plasma sprayed particles // International Journal of Thermophysics. 2008. Vol. 29. Issue 2. URL: <https://doi.org/10.1007/s10765-008-0422-0>.
6. Lee J. Estimation of emission properties for silica particles using thermal radiation spectroscopy // Applied Optics. 2011. Vol. 50. Issue 22. URL: <https://doi.org/10.1364/AO.50.004262>.
7. Иордан В.И., Соловьев А.А. Редукция температурно-го распределения частиц гетерогенных потоков методом «обращения» их интегрального теплового спектра // Научно-технич. ведомости СПбГПУ. Серия : Физ.-мат. науки. 2010. № 2 (98).
8. Иордан В.И. Обратное интегральное преобразование для восстановления температурного распределения частиц гетерогенного потока по их интегральному тепловому спектру // Известия вузов. Физика. 2013. Т. 56. № 8/3.
9. Петров В.А. Излучательная способность высокотемпературных материалов. М., 1969.
10. Латыев Л.Н. Излучательные свойства твердых материалов : справочник / под общ. ред. А.Е. Шейндлина. М., 1974.
11. Свет Д.Я. Оптические методы измерения истинных температур. М., 1982.
12. Чернин С.М., Коган А.В. Измерение температуры малых тел пирометрами излучения. М., 1980.
13. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами / пер. с англ. В.А. Диткина и Л.Н. Кармазиной. М., 1979.
14. Шостак Р.Я. Операционное исчисление. Краткий курс ; изд. 2-е, доп. : уч. пособие для вузов. М., 1972.