

МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

УДК 517.9

Характеристики двухслойного течения с испарением в плоском канале при нагреве снизу*

В.Б. Бекежанова¹, О.Н. Гончарова²

¹ Институт вычислительного моделирования СО РАН (Красноярск, Россия)

² Алтайский государственный университет (Барнаул, Россия)

Characteristics of a Two-Layer Flow with Evaporation in a Plane Channel Subjected to Heating from the Bottom

V.B. Bekezhanova¹, O.N. Goncharova²

¹ Institute of Computational Modeling SB RAS (Krasnoyarsk, Russia)

² Altai State University (Barnaul, Russia)

Исследуются особенности конвективных режимов, возникающих в двухслойной системе в условиях фазового перехода. Математическая модель для описания испарительной конвекции в бесконечном горизонтальном канале основана на аппроксимации Обербека — Буссинеска уравнений Навье — Стокса и соотношениях на термокапиллярной границе раздела. Точное решение определяющих уравнений — аналог решения Остроумова — Бириха — имеет групповую природу и позволяет учесть одновременное наличие горизонтального и вертикального градиентов температуры и влияние термодиффузионных эффектов (прямого и обратного) в парогазовой смеси и на межфазной границе. Описаны тепловая и топологическая структуры совместных течений испаряющейся жидкости и смеси ее паров с инертным газом, изучены характеристики паросодержания в верхнем слое. В работе приведены новые результаты по исследованию устойчивости изучаемого точного решения уравнений конвекции. Представлены типичные формы возникающих характеристических возмущений в условиях равных продольных температурных градиентов на внешних стенках канала и ненулевого поперечного перепада температуры. Описаны определяющие механизмы, отвечающие за формирование каждого типа структур.

Ключевые слова: конвективные течения, испарение, точные решения, устойчивость, спектр характеристических возмущений.

DOI 10.14258/izvasu(2018)4-10

Введение. Конвективные течения, сопровождающиеся фазовым переходом «жидкость — пар», широко применяются в энергетике, хи-

Features of convective regimes arising in a two-layer system with a phase transition are investigated. A mathematical model to describe the evaporative convection in an infinite horizontal channel is based on the Oberbeck — Boussinesq approximation of the Navier — Stokes equations and on the relations on the thermocapillary interface. An exact solution of the governing equations is the Ostroumov — Birikh solution analog. It has a group origination and allows one to take into account simultaneous presence of horizontal and vertical temperature gradients and influence of thermodiffusion effects (direct and inverse) both in the gas-vapor mixture and on the interface. Thermal and topological patterns of the joint flows of an evaporating liquid and a mixture of its vapor with an inert gas are described. Characteristics of vapor quality in the upper layer are studied. New results on stability of the exact solution under given consideration are presented in the paper. Typical forms of arising characteristic perturbations are calculated for the case of equal longitudinal temperature gradients on the external channel walls and of nonzero transversal temperature drop. Governing mechanisms responsible for the formation of each type of the structures are described.

Key words: Convective flows, evaporation, exact solutions, stability, spectrum of characteristic perturbations.

мической промышленности, материаловедении и биотехнологиях. Активное использование таких двухфазных систем требует детального изучения особенностей их функционирования, условий рационального применения и возможностей опти-

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 17-08-00291)

мизации. Одним из наиболее эффективных способов исследования разнообразных качеств жидкостных систем и характеристик возникающих конвективных режимов является метод математического моделирования, включающий построение корректных математических моделей, поиск, физическую интерпретацию и анализ свойств решений определяющих уравнений. Изучение характера влияния различных факторов на параметры теплопереноса позволяет предложить технические решения по повышению эффективности существующих жидкостных технологий и/или разработать принципиально новые подходы к решению задач термостабилизации в разнообразных системах с фазовым переходом, например таких, как микро- и мини-теплообменники, системы жизнеобеспечения, дистилляторы, двухфазные тепловые контуры и др.

Большинство аналитических работ, связанных с исследованием различных характеристик течений с испарением/конденсацией, выполняются в рамках математических моделей механики сплошной среды, а именно используют для описания испарительной конвекции уравнения Навье — Стокса и переноса тепла и их аппроксимации. Дополнительной трудностью при таком подходе становится формулировка граничных условий на межфазной поверхности, которые должны учитывать процессы тепло- и массопереноса за счет испарения/конденсации через границу раздела сред [1, 2]. Подробный обзор теоретических исследований по данной тематике представлен в [3]. Полезным и важным инструментом для изучения влияния различных тепловых, механических и физико-химических факторов на характер и интенсивность двухфазных течений являются точные решения уравнений конвекции. Такие решения позволяют на качественном уровне выделить основные физические механизмы, определяющие структуру основного течения, и исследовать характер и степень влияния отдельных факторов и их взаимных комбинаций. Особую ценность имеют решения, имеющие групповое происхождение. Именно решения групповой природы подразумевают сохранение свойств симметрии, заложенных при выводе основных уравнений и обеспечивающих тем самым физическое правдоподобие и реализуемость таких решений [4, 5]. Уравнения Навье — Стокса и Обербека — Буссинеска обладают богатыми групповыми свойствами [6], которые позволяют строить точные решения. При этом существуют классы решений, которые позволяют описать двухслойные течения с массопереносом через межфазную границу за счет испарения или конденсации в присутствии прямого и обратного термодиффузионных эффектов (эффектов Соре и Дюфура), как в плоской [7], так и в трехмерной геометрии [8]. Структура этих решений — обобщен-

ный известного решения Остроумова — Бириха [9, 10] — дает возможность проанализировать влияние различных факторов на характеристики режимов испарительной конвекции, включая свойства устойчивости, предложить классификацию типов течений и выделить типичные формы возмущений [11, 12], а также апробировать разные типы граничных условий для функции концентрации пара в газовом слое (подробнее см. [3, 7, 13] и список библиографии в них). Физическое правдоподобие и адекватность результатов, полученных на основе использования аналогов решения Остроумова — Бириха в задачах испарительной конвекции, подтверждается сравнениями с экспериментальными данными [14].

Характер и структура двухслойного течения и интенсивность эффектов испарения/конденсации определяются совместным действием разнородных факторов (естественная и термокапиллярная конвекция, гравитация, теплофизические свойства сред, управляющие воздействия, такие как расходы рабочих сред, тепловое воздействие на границах области течения и т.п., геометрия системы). Существенным образом возникающие режимы испарительной конвекции зависят от приложенной внешней тепловой нагрузки. В данной работе в рамках модели Обербека — Буссинеска исследуются характеристики совместного течения испаряющейся жидкости и парогазовой смеси в плоском горизонтальном канале, подогреваемом снизу, в условиях, когда на его стенках задан продольный градиент температуры. С помощью точного решения рассчитываются основные параметры режимов (скорости и температуры жидкости и парогазовой смеси, концентрация пара в газе, массовая скорость испарения), формы характеристических возмущений и нейтральные кривые. Проводится сравнение с решением аналогичной задачи, полученным в отсутствие поперечного перепада температуры.

1. Постановка задачи и вид точного решения. Пусть испаряющаяся жидкость и парогазовая смесь заполняют плоский горизонтальный канал с твердыми непроницаемыми стенками. Система координат выбрана так, что вектор массовых сил \mathbf{g} направлен противоположно оси Oy ($\mathbf{g} = (0, -g)$). Жидкий и парогазовый слой имеют толщины l и h соответственно. Межфазная граница раздела Γ является термокапиллярной поверхностью, вдоль которой действуют касательные силы. При этом поверхностное натяжение σ линейно зависит от температуры $\sigma = \sigma_0 - \alpha(T - T_0)$; σ_0, T_0 — характерные значения поверхностного натяжения и температуры жидкости соответственно, $\alpha > 0$ — температурный коэффициент поверхностного натяжения.

Для описания совместного движения сред используется аппроксимация Обербека — Буссинеска

уравнений Навье — Стокса. Пар считается пассивной примесью, перенос пара в газе описывается уравнением диффузии. В газопаровом слое дополнительно принимаются во внимание эффекты Соре и Дюфура [15, 16]. Таким образом, в стационарном случае определяющие уравнения имеют вид

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p' + \nu\Delta\mathbf{v} - \mathbf{g}(\beta T + \gamma C), \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad \mathbf{v} \cdot \nabla T = \chi(\Delta T + \delta\Delta C), \quad (2)$$

$$\mathbf{v} \cdot \nabla C = D(\Delta C + \alpha\Delta T), \quad (3)$$

где подчеркнутые слагаемые и уравнение (3) учитываются только при моделировании течения в верхнем слое, $\mathbf{v} = (u, v)$ — вектор скорости, p' — модифицированное давление (отклонение p от гидростатического $p' = p - \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}$, $\mathbf{x} = (x, y)$), T — температура, C — концентрация пара в газе, ρ — относительное значение плотности, β — коэффициент теплового расширения, γ — концентрационный коэффициент плотности, ν и χ — коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности, D — коэффициент диффузии пара в газе, коэффициенты δ и α характеризуют эффекты Дюфура и Соре соответственно.

На внешних границах $y = -l$, $y = h$ справедливы следующие условия:

$$u_1|_{y=-l} = 0, \quad u_2|_{y=h} = 0. \quad (4)$$

$$T_1|_{y=-l} = A_1 x + \vartheta^-, \quad T_2|_{y=h} = A_2 x + \vartheta^+. \quad (5)$$

Для концентрации пара задается условие нулевого полного потока пара

$$\left(\frac{\partial C}{\partial y} + \alpha \frac{\partial T}{\partial y}\right)\Big|_{y=h} = 0. \quad (6)$$

Считая, что поверхность Γ остается недеформированной в процессе движения (положим, $y = 0$), потребуем на ней выполнения кинематического и динамического условия. Первое выполняется тождественно, а второе может быть записано в проекциях на нормальный и касательный вектор как

$$p_1 = p_2, \quad \rho_1 \nu_1 \frac{du_1}{dy} = \rho_2 \nu_2 \frac{du_2}{dy} - \alpha \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (7)$$

Условия непрерывности скорости и температуры на Γ имеют вид

$$u_1|_{y=0} = u_2|_{y=0}, \quad T_1|_{y=0} = T_2|_{y=0}. \quad (8)$$

Условие для тепловых потоков и соотношение баланса массы пара, включающие влияние термодиффузии и диффузионной теплопроводности на перенос тепла и массы, а также уравнение для концентрации насыщенного пара на границе раздела имеют вид

$$\kappa_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} - \kappa_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} - \delta \kappa_2 \frac{\partial C}{\partial y}\Big|_{y=0} = -LM, \quad (9)$$

$$M = -D\rho_2 \left(\frac{\partial C}{\partial y} + \alpha \frac{\partial T}{\partial y}\right)\Big|_{y=0},$$

$$C|_{y=0} = C_* \left[1 + \varepsilon (T_2|_{y=0} - T_0)\right]. \quad (10)$$

Здесь κ_j — коэффициенты теплопроводности, L — скрытая теплота испарения, M — массовая скорость испарения, $\varepsilon = L\mu/(R^*T_0^2)$, μ — молярная масса испарившейся жидкости, R^* — универсальная газовая постоянная, C_* — концентрация насыщенного пара при $T_2 = T_0$. Здесь и всюду ниже индексы $j = 1$ и $j = 2$ используются для идентификации характеристик среды в жидком и парогазовом слое соответственно. Для замыкания задачи дополнительно задается расход парогазовой смеси

$$R = \int_0^{h_2} \rho_2 u_2(y) dy. \quad (11)$$

Задача (1)–(11) допускает аналог решения Остроумова — Бириха [17]

$$u_j = u_j(y), \quad v_j = 0, \quad p'_j = p'_j(x, y),$$

$$T_j = (a_1^j + a_2^j y)x + \vartheta_j(y), \quad (12)$$

$$C = (b_1 + b_2 y)x + \phi(y).$$

Подробная постановка задачи с обсуждением типа граничных условий для температуры и концентрации пара на твердых границах, ее обоснование и анализ, описание алгоритма нахождения неизвестных функций и констант интегрирования даны в [3, 13, 14].

В силу второго условия из (8) справедливо равенство $a_1^1 = a_1^2 = A$, и распределение температуры в слоях имеет вид

$$T_j = (A + a_2^j y)x + \vartheta_j(y), \quad j = 1, 2. \quad (13)$$

Решение (12) допускает случай, когда продольные градиенты температуры на стенках и границе раздела равны, т. е. $A_1 = A_2 = A$ [13]. При этом, если $\vartheta^- = \vartheta^+$, то на границах канала прикладывается равная тепловая нагрузка. Условие $\vartheta^- > \vartheta^+$ соответствует ситуации, когда нижняя стенка канала горячее верхней (равномерный нагрев снизу), при $\vartheta^- < \vartheta^+$ — нижняя стенка холоднее верхней (равномерный нагрев сверху). Равенство градиентов A_1 и A_2 обеспечивает применимость метода нормальных мод для исследования линейной устойчивости рассматриваемого точного решения, который и будет использован ниже. В настоящей статье рассматривается случай $\vartheta^- > \vartheta^+$ и изучается влияние поперечного перепада температур на критические параметры устойчивости и типы наиболее опасных возмущений.

2. Задача об устойчивости точного решения. Исследуем линейную устойчивость точного решения (12) относительно малых нестационарных возмущений.

2.1. Безразмерные параметры. Выберем в качестве характерных масштабов длины, скорости, давления и температуры следующие величины: $h, \nu_2/h, \rho_2\nu_2^2/h^2, \vartheta^-$ соответственно. Тогда безразмерные переменные пространства суть $\xi = x/h, \eta = y/h$, а времени — $\tau = \nu_2 t/h^2$. Для каждого параметра среды ω_j определим безразмерный аналог $\omega'_j = \omega_j/\omega_2$. Тогда индексу $j = 1$ соответствует область $-l/h \leq \eta \leq 0$, индексу $j = 2$ — область $0 \leq \eta \leq 1$.

При выбранном способе обезразмеривания исходная задача характеризуется следующими безразмерными параметрами и критериями подобия: $\text{Gr} = g\beta_2\vartheta^-h^3/\nu_2^2, \text{Pr} = \nu_2/\chi_2, \text{Ga} = gh^3/\nu_2^2, \text{Le} = D/\chi_2, \text{Q} = Ah_2/\vartheta^-$. Здесь $\text{Gr}, \text{Pr}, \text{Ga}, \text{Le}$ — числа Грасгофа, Прандтля, Галилея и Льюиса, Q — параметр тепловой нагрузки.

2.2. Спектральная задача. Рассмотрим малые двумерные нестационарные возмущения скорости $\mathbf{U}'_j(\xi, \eta, \tau) = (U'_j(\xi, \eta, \tau), V'_j(\xi, \eta, \tau))$, давления $P'(\xi, \eta, \tau)$, температуры $\Theta'(\xi, \eta, \tau)$ и концентрации $S'(\xi, \eta, \tau)$ решения (12). Предположим, что эти функции пропорциональны $\exp[i(\alpha_x\xi - \lambda\tau)]$ и определяют нормальные волны с комплексным декрементом $\lambda = \lambda_r + i\lambda_i$, описывающим эволюцию возмущений во времени, и волновым числом α_x вдоль оси ξ .

Линеаризация уравнений (1)–(3) вблизи стационарного решения (12) приводит к системе для амплитуд малых возмущений («штрихи» у безразмерных параметров и функций опущены):

$$\begin{aligned} -l/h < \eta < 0: \quad & i\alpha_x U_1 + V_1' = 0, \\ & -i\lambda U_1 + i\alpha_x u_1 U_1 + u_1' V_1 = \\ & = -\frac{i\alpha_x}{\rho} P_1 + \nu(U_1'' - \alpha_x^2 U_1), \\ & -i\lambda V_1 + i\alpha_x u_1 V_1 = \\ & = -\frac{1}{\rho} P_1' + \nu(V_1'' - \alpha_x^2 V_1) + \beta \text{Gr} \Theta_1, \\ & -i\lambda \Theta_1 + i\alpha_x u_1 \Theta_1 + U_1 T_{1\xi} + V_1 T_{1\eta} = \\ & = \frac{\chi}{\text{Pr}} (\Theta_1' - \alpha_x^2 \Theta_1), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} 0 < \eta < 1: \quad & i\alpha_x U_2 + V_2' = 0, \\ & -i\lambda U_2 + i\alpha_x u_2 U_2 + u_2' V_2 = \\ & = -i\alpha_x P_2 + U_2'' - \alpha_x^2 U_2, \\ & -i\lambda V_2 + i\alpha_x u_2 V_2 = \\ & = -P_2' + V_2'' - \alpha_x^2 V_2 + \text{Gr} \Theta_2 + \gamma \text{Ga} S, \\ & -i\lambda \Theta_2 + i\alpha_x u_2 \Theta_2 + U_2 T_{2\xi} + V_2 T_{2\eta} = \\ & = \frac{1}{\text{Pr}} \left[\Theta_2'' - \alpha_x^2 \Theta_2 + \frac{\delta}{\vartheta^-} (C'' - \alpha_x^2 C) \right], \\ & -i\lambda S + i\alpha_x u_2 S + U_2 C_\xi + V_2 C_\eta = \\ & = \frac{\text{Le}}{\text{Pr}} (S'' - \alpha_x^2 S + \alpha\vartheta^- (\Theta'' - \alpha_x^2 \Theta)). \end{aligned} \quad (15)$$

На твердых стенках и поверхности раздела для амплитуд возмущений заданы следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \eta = -l/h: \quad & U_1 = V_1 = \Theta_1 = 0, \\ \eta = 1: \quad & U_2 = V_2 = \Theta_2 = S' + \alpha\vartheta^+ \Theta_2' = 0, \\ \eta = 0: \quad & U_1 = U_2, \quad V_1 = V_2 = 0, \\ & \Theta_1 = \Theta_2, \quad P_1 - P_2 = 2(\nu\rho V_1' - V_2'), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} U_2' - \nu\rho U_1' + i\alpha_x(V_2 - V_1) &= \frac{\text{Ma}}{\text{Q}} i\alpha_x \Theta, \\ \kappa\Theta_1' - \Theta_2' - \frac{\delta}{\vartheta^-} S' &= \frac{DL\rho_2}{k_2\vartheta^-} (S' + \alpha\vartheta^- \Theta'). \end{aligned}$$

Здесь Θ определяет общую температуру обеих сред на Γ ($\Theta = \Theta_j, j = 1, 2$), $\text{Ma} = \alpha Ah^2/(\nu_2^2 \rho_2)$ — число Марангони. Теперь «штрихи» в уравнениях (14)–(16) обозначают дифференцирование по переменной η . При выводе условий (16) предполагалось, что возмущения функций (12) не приводят к возмущению межфазной границы, т.е. Γ остается недеформированной.

Итак, соотношения (14)–(16) составляют спектральную задачу для комплексного декремента λ , при этом амплитуды возмущений суть неизвестные функции, определяющие характеристические возмущения типа нормальных волн. Полученная задача решалась численно методом ортогонализации [18], который был адаптирован для случая системы с внутренней границей раздела [19]).

2.3. Карта режимов неустойчивости. Механизмы неустойчивости. Основная проблема состоит в определении критических тепловых нагрузок, приложенных на внешних границах канала, и типа наиболее опасных возмущений, которые приводят к потере устойчивости.

На рис. 1 представлена карта режимов неустойчивости в плоскости (α_x, Ma) , полученная для пары сред HFE-7100–азот со следующими физическими параметрами $\omega = \{\omega_1, \omega_2\}$: $\nu = \{0.38 \cdot 10^{-6}, 0.15 \cdot 10^{-4}\} \text{ м}^2/\text{с}$, $\rho = \{1.5 \cdot 10^3, 1.2\} \text{ кг}/\text{м}^3$, $\beta = \{1.8 \cdot 10^{-3}, 3.67 \cdot 10^{-3}\} \text{ К}^{-1}$, $\kappa = \{0.07, 0.02717\} \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, $\chi = \{0.4 \cdot 10^{-7}, 0.3 \cdot 10^{-4}\} \text{ м}^2/\text{с}$, $\alpha = 1.14 \cdot 10^{-4} \text{ Н}/(\text{м}\cdot\text{К})$, $L = 1.11 \cdot 10^5 \text{ (Вт}\cdot\text{с)}/\text{кг}$, $\mu = 0.25 \text{ кг}/\text{моль}$, $D = 0.7 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, $\gamma = -0.5$, $C_* = 0.45$, $\delta = 10^{-5} \text{ К}$, $\alpha = 5 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$. Толщины нижнего и верхнего слоя принимались равными $l = 3$ и $h = 5$ мм соответственно, расход $R = 9.6 \cdot 10^{-6} \text{ кг}/(\text{м}\cdot\text{с})$, относительная температура $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $g = 9.81 \text{ м}/\text{с}^2$, $\vartheta^- = 20^\circ\text{C}$. Области неустойчивости лежат внутри нейтральных кривых 1 и 2, построенных для случаев нулевого ($\vartheta^+ = 20^\circ\text{C}$) и ненулевого ($\vartheta^+ = 17^\circ\text{C}$, подогрев снизу) перепада температур соответственно. Знак величины Ma совпадает со знаком продольного градиента A , так, что при $\text{Ma} > 0$ стенки канала нагреваются в направлении оси Ox ,

при $Ma < 0$ — охлаждаются. На карте в области соответствующих волновых чисел указаны типы наиболее опасных возмущений, приводящих к потере устойчивости основного течения: K — конвективные ячейки, C — структуры смешанного типа, B — вихревые структуры, T — термокапиллярные структуры. Индексы «+» и «-» указывают на режим тепловой нагрузки, при котором формируются структуры соответствующего типа: при нагреве ($Ma > 0$) или охлаждении ($Ma < 0$) стенок.

Характерной особенностью течений в канале с равной тепловой нагрузкой является термокапиллярная неустойчивость, при которой формируются только возмущения термокапиллярного типа $T1$ и $T2$ (рис. 1). При потере устойчивости, сопровождающейся образованием структур $T1$, в системе возникают чередующиеся тепловые пятна (темные области соответствуют холодным зонам, светлые — горячим) с ядрами на границе раздела. Коротковолновые возмущения приводят к образованию термокапиллярных структур $T2$ с шахматной упаковкой тепловых пятен, верхний ряд которых локализован на Γ , нижний — внутри жидкого слоя. Заметим, что основное течение при равной тепловой нагрузке является течением термокапиллярного типа с возвратным движением в жидком слое (типичные распределения скорости и температуры показаны на рис. 2(а), подробнее классификацию течений см. в [7]).

Нагрев снизу имеет дестабилизирующий эффект, обусловленный неустойчивой температурной стратификацией в системе (распределения скорости и температуры при нагреве снизу показаны на рис. 2(б)), значительно расширяет область неустойчивости и приводит к смене типов возникающих характеристических возмущений. Потеря устойчивости под действием длинноволновых возмущений сопровождается появлением конвективных ячеек, при этом форма гидродинамических возмущений не зависит от типа тепловой нагрузки (нагрев или охлаждение

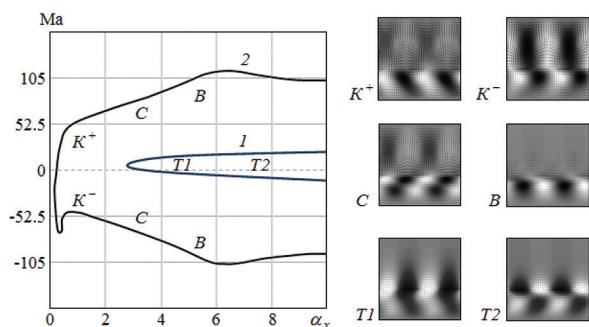


Рис. 1. Карта режимов неустойчивости: нейтральные кривые $Ma(\alpha_x)$, 1 — $\vartheta^- = \vartheta^+ = 20^\circ\text{C}$, 2 — $\vartheta^- = 20^\circ\text{C}$, $\vartheta^+ = 17^\circ\text{C}$; типы и формы наиболее опасных возмущений

стенки, определяется знаком Ma) и представляет собой вихри с попарно противоположной циркуляцией. Форма тепловых возмущений может меняться в зависимости от знака Ma . При $Ma > 0$ возникают чередующиеся тепловые пятна, деформированные основным течением (структуры K^+ , рис. 1). При $Ma < 0$ тепловые пятна локализованы в приповерхностной зоне жидкого слоя и за счет интенсивной конвекции переносятся поперек пароголового слоя (структуры K^- , рис. 1).

С увеличением α_x конвективные ячейки сменяются структурами смешанного типа (структуры C , рис. 1), которые отвечают сосуществованию конвективного и термокапиллярного механизмов неустойчивости. Тепловые пятна в жидкости расщепляются и имеют по два ядра. Верхние ядра сносятся основным течением за счет термокапиллярного растекания, а нижние дрейфуют в центральной части жидкого слоя и возникают благодаря конвективному механизму, поскольку основное течение характеризуется формированием горячего термоклина внутри жидкости (рис. 2(в)).

Коротковолновые возмущения приводят к возникновению вихрей с попарно противоположной циркуляцией, при этом ядра вихрей совмещены с ядрами тепловых возмущений (структуры B , рис. 1). Подобный тип неустойчивости реализуется при внешней тепловой нагрузке, обеспечивающей устойчивую температурную стратификацию в жидком слое (рис. 2(г)), которая, однако, не гарантирует устойчивость основного течения. Имеет место термокапиллярное движение жидкости от горячего полюса к холодному, которое в силу неразрывности среды порождает движение в вертикальном направлении, а следовательно, к формированию вихрей.

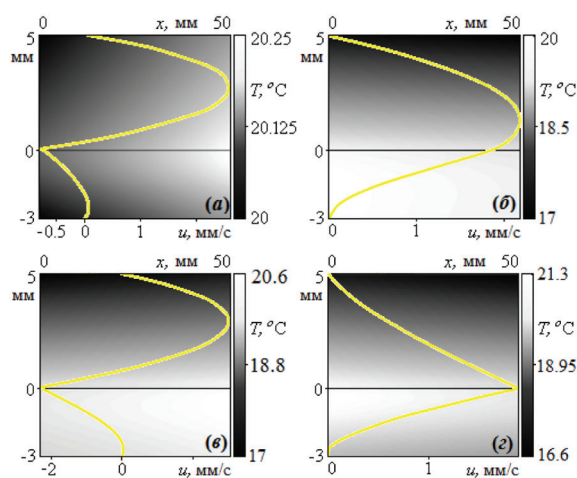


Рис. 2. Распределение скорости (сплошная линия) и температуры в двухслойной системе: (а) — $A = 3^\circ\text{C}/\text{м}$; (б) — $A = -4.48^\circ\text{C}/\text{м}$; (в) — $A = 7.16^\circ\text{C}/\text{м}$; (г) — $A = -9.82^\circ\text{C}/\text{м}$

Заключение. С помощью точного решения задачи испарительной конвекции исследовано влияние поперечного перепада температур на характеристики устойчивости совместного течения тонкого слоя жидкости и парогазовой смеси в условиях фазового перехода в плоском горизонтальном канале. Рассчитаны критические тепловые нагрузки, при которых происходит потеря устойчивости. Даже незначительный нагрев снизу существенно дестабилизирует основное течение, меняя основной механизм неустойчивости. При равной тепловой нагрузке на внешних границах канала определяющим фактором является эффект Марангони, приводящий к формированию термокапиллярных структур разных типов в жидком слое. В условиях ненулевого поперечно-

го перепада проявляется конвективный механизм неустойчивости, вызывающий появление разнообразных структур. Чисто конвективная неустойчивость проявляется возникновением конвективных ячеек с разной локализацией тепловых возмущений в зависимости от характера тепловой нагрузки на стенках (нагрев или охлаждение в направлении продольной оси). В условиях сосуществования термокапиллярного и конвективного механизмов наблюдаются структуры смешанного типа. При тепловых нагрузках, обеспечивающих устойчивую температурную стратификацию в жидком слое, возникают вихревые структуры, индуцированные термокапиллярным движением жидкости на поверхности раздела из горячей области в холодную.

Библиографический список

1. Margerit J. et al. Interfacial nonequilibrium and Benard-Marangoni instability of a liquid-vapor system // *Phys. Rev. E*. — 2003. — № 68 (041601).
2. Das K.S., Ward C.A. Surface thermal capacity and its effects on the boundary conditions at fluid-fluid interfaces // *Phys. Rev. E*. — 2007. — № 75 (065303).
3. Бекежанова В.Б., Гончарова О.Н. Задачи испарительной конвекции (обзор) // *Прикладная математика и механика*. — 2018. — Т. 82. — № 2.
4. Андреев В.К., Кащов О.В., Пухначёв В.В., Родионов А.А. Применение теоретико-групповых методов в гидродинамике. — Новосибирск, 1994.
5. Андреев В.К., Бублик В.В., Бытев В.О. Симметрии неклассических моделей гидродинамики. — Новосибирск, 2003.
6. Пухначеев В.В. Симметрии в уравнениях Навье–Стокса // *Успехи механики*. — 2006. — № 6.
7. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N., Shefer I.A. Analysis of an exact solution of problem of the evaporative convection (Review). Part I. Plane case // *J. Sib. Fed. Univ. Math.&Phys.* — 2018. — Vol. 11, № 2.
8. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N., Shefer I.A. Analysis of an exact solution of problem of the evaporative convection (Review). Part II. Three-dimensional flows // *J. Sib. Fed. Univ. Math.&Phys.* — 2018. — Vol. 11, № 3.
9. Бирих Р.В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // *ПМТФ*. — 1966. — № 3.
10. Остроумов Г.А. Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. — М.; Л., 1952.
11. Родионова А.В., Резанова Е.В. Исследование устойчивости двухслойного течения жидкости // *ПМТФ*. — 2016. — № 4.
12. Резанова Е.В., Шефер И.А. О влиянии тепловой нагрузки на характеристики течения с испарением // *Сиб. журнал индустриальной математики*. — 2017. — № 2 (70).
13. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Stability of the exact solutions describing the two-layer flows with evaporation at interface // *Fluid Dynamics Research*. — 2016. — Vol. 48, № 6 (061408).
14. Гончарова О.Н., Резанова Е.В., Люлин Ю.В., Кабов О.А. Моделирование двухслойных течений жидкости и газа с учетом испарения // *Теплофизика и аэромеханика*. — 2015. — Т. 22, № 5.
15. De Groot S.R. Thermodynamics of irreversible processes. — New York, 1951.
16. Gebhart B., Jaluria Y., Mahajan R.L., Sammakia B. Bouyancy-induced flows and transport. — Berlin — Heidelberg — New York — London — Paris — Tokyo, 1988.
17. Шлиомис М.И., Якушин В.И. Конвекция в двухслойной бинарной системе с испарением // *Гидродинамика*. — 1972. — № 4.
18. Годунов С.К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных уравнений // *УМН*. — 1961. — Т. 16, вып. 3 (99).
19. Гапонов С.А., Маслов А.А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. — Новосибирск, 1980.