

## Построение математических моделей развития отраслей Алтайского края

*П.И. Кузьмин, В.В. Мищенко*

Алтайский государственный университет (Барнаул, Россия)

## Building Mathematical Models of Altai Region Industries Development

*P.I. Kuzmin, V.V. Mischenko*

Altai State University (Barnaul, Russia)

В большинстве несырьевых регионов РФ основными отраслями в настоящее время являются обрабатывающие производства и торговля. В аграрных регионах, в том числе и в Алтайском крае, также большой удельный вес в формировании ВРП дает сельское хозяйство. Осуществлен анализ функционирования и развития двух ведущих отраслей экономики Алтайского края – обрабатывающие производства промышленности и сельское хозяйство с использованием статистических данных за последнее время и на основе эконометрической модели. Эконометрическая модель была построена на основе модификации производственной функции Кобба-Дугласа для отдельных отраслей экономики Алтайского края за 2005–2014 гг. Вычисления произведены в ценах 2005 г. Установлены коэффициенты эластичности для этих отраслей с использованием годового индекса-дефлятора валового накопления основного капитала за период 2005–2014 гг.

Для найденной модели обрабатывающих производств коэффициент детерминации  $R^2$  высок. Однако увеличение числа занятых в данной отрасли не приведет к значительному росту валовой добавочной стоимости региона. Для сельского хозяйства ситуация еще сложнее, поскольку по сделанным расчетам инвестиции в нынешних объемах не дадут существенного увеличения роста производства. С добавлением в расчеты размеров посевных площадей сельскохозяйственных культур в крае модель показывает, что и это также несущественно оказывает влияние на рост производства. Расчеты констатировали большую зависимость объема производства в сельском хозяйстве от количества основных фондов.

**Ключевые слова:** валовая добавленная стоимость, эконометрическая модель, производственная функция.

Nowadays, manufacturing and trade are the main industries in most non-resource areas of the Russian Federation. In agricultural regions, such as the Altai region, the agricultural sector is the large share of the gross regional product. The paper deals with the analysis of two leading industries development in Altai region economy: «manufacturing industry» and «agricultural sector». The analysis is conducted on the basis of statistical data and an econometric model. The econometric model is based on the modification of the Cobb-Douglas production function for specific sectors of Altai region economy for the period of 2005–2014. The calculations are made according to the prices of the year 2005. Elasticity coefficients for those industries are evaluated with the annual index-deflator of gross fixed capital formation for the period 2005–2014.

The authors point out that  $R^2$  determination coefficient is high enough for the «manufacturing industry» model. However, the increase of employment in «manufacturing» will not lead to a significant increase of the gross added value. The situation is even more complicated for the «agricultural sector». According to the estimates, current investments will not provide a significant increase in the production growth rate. By adding the crop acreage of the region to calculations, the model still shows insignificant influence to the production growth rate. The paper demonstrates the great dependence between the «agricultural sector» production and the number of fixed assets.

**Key words:** gross added value, econometric model, Cobb-Douglas production function.

**Введение.** Экономика Российской Федерации после восстановления размеров производства 1990 г. к 2005–2006 гг. фактически приостановила свой рост. Два значительных кризиса (2008-2009 гг. и 2014 г. — настоящее время) существенно повлияли на всю национальную экономику, ее отрасли и территории. Структура экономики России, ВВП, внешней торговли радикально меняются.

Для региональной экономики важно понимать, прирост объема производства каких отраслей может дать максимальный рост валового регионального продукта — валовой добавленной стоимости, т.е. созданной за год новой стоимости без промежуточного потребления.

Основные субъекты формирования ВРП. За 25 лет постсоветского функционирования в структуре

национальной экономики главенствующее место заняли отрасли по добыче природного сырья, его первоначальной переработке и транспортировке. Те регионы, где добыча сырья производится в небольших объемах, испытывают множество препятствий по стабильному устойчивому росту экономики и повышению уровня жизни населения. В таких субъектах РФ среди ведущих отраслей, как правило, находится торговля [1]. В ВРП Алтайского края наибольший удельный вес занимают обрабатывающие производства промышленности, далее идут оптовая и розничная торговля. На третьем месте — сельское хозяйство, охота и лесное хозяйство (далее — «сельское хозяйство»). Структура ВРП Алтайского края в 2014 г. представлена на рисунке.



Структура ВРП Алтайского края в 2014 г., % [2]

Целью работы является построение математических моделей основных отраслей экономики Алтайского края за 2005-2014 гг.

В исследовании решаются задачи аппроксимации валовой добавленной стоимости отраслей «обрабатывающие производства» и «сельское хозяйство» Алтайского края с помощью производственных функций Кобба-Дугласа [3], имеющих следующий вид:

$$Y(K,L) = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta}, \quad (1)$$

где  $Y$  — выпуск продукции (или ВРП);  $K$  — капитал (или основные фонды);  $L$  — труд (который может характеризоваться количеством работников);  $\alpha$  — константа (коэффициент эластичности производства по капиталу  $K$ );  $\beta$  — коэффициент эластичности производства по труду  $L$ ;  $A$  — коэффициент, в про-

стейшем случае являющийся константой, которую часто связывают с уровнем технологий. Также будем использовать для аппроксимации методы множественной регрессии.

Эконометрическая модель. Следуя работе [4], для отрасли «обрабатывающие производства» мы сравнили различные варианты аппроксимации валовой добавочной стоимости с использованием более общего, чем (1) вида производственной функции, и построили следующий вариант функции:

$$Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot I^{\gamma}, \quad (2)$$

где  $I$  — инвестиции в основной капитал этой отрасли за данные годы;  $\gamma$  — коэффициент, характеризующий степенную зависимость ВВП от инвестиций. Данные, которые были использованы, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Данные по отрасли «обрабатывающие производства» промышленности Алтайского края

Годы	Валовая добавленная стоимость в текущих ценах, млн руб.	Индекс физического объема ВДС, % к прошлому году	Наличие основных фондов по полной учетной стоимости на конец года, млн руб.	Индекс-дефлятор валового накопления основного капитала, % к предыдущему году	Среднесписочная численность работников, тыс. чел.	Инвестиции в основной капитал, обрабатывающие производства, млн руб.
	Y(t)		K(t)		L(t)	I(t)
2005	26273	92,61604	30456	103,2872	176,5	3498
2006	32174	109,6604	34550	98,78797	175,0	2408,3
2007	38858	106,2053	40011	103,2032	171,6	3986,7
2008	45868	99,35612	47335	107,1229	162,4	5848
2009	46757	90,60001	57041	107,4296	145,0	3798
2010	60230	109,2184	62729	102,882	139,9	4339,7
2011	66143	108,2604	66748	108,9404	141,5	8115
2012	72470	100,859	73358	101,2244	140,3	6515,8
2013	78750	103,6623	88451	105,582	140,2	5556,5
2014	80923	96,56416	91962	103,9296	137,6	7212,7

Источники данных: Y(t) и индекс-дефлятор ВДС — объем и динамика валовой добавочной стоимости и остальные статистические данные [5].

Вычисления были проведены в ценах 2005 г. Капитал (объем основных фондов) в постоянных ценах был пересчитан с использованием годового индекса-дефлятора валового накопления основного капитала за период 2005–2014 гг.

Использовались, например, следующие формулы:

$$\text{ОФ}_{2007} (\text{в ценах } 2005 \text{ г.}) = \text{ОФ}_{2007} (\text{в текущих ценах}) * 100^{1/2} / (\text{Индекс-д}_{2006} * \text{Индекс-д}_{2007})$$

Аналогично был применен дефлятор к валовой добавленной стоимости. Регрессионный анализ показал результаты, приведенные в таблице 2.

Таблица 2

Результаты вычислений по модели (2)

Модель	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	R <sup>2</sup>	Значимость всего уравнения F
Y = A·K <sup><math>\alpha</math></sup> ·L <sup><math>\beta</math></sup> ·I <sup><math>\gamma</math></sup>	0,9627778	-0,7507	0,10989	0,9928237	0,9999991

Для найденной модели коэффициент детерминации R<sup>2</sup> высок. Значимости коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  (1-R значения) равны 0,999494, 0,927032 и 0,90898 соответственно. Коэффициент  $\beta$  отрицателен, что означает: увеличение числа занятых в отрасли «обрабатывающие производства» не приведет к увеличению валовой добавочной стоимости. Коэффициент  $\gamma$  положителен — то есть при увеличении инвестиций в эту отрасль на 1% валовая добавленная стоимость возрастет на 0,10989%.

Для отрасли «сельское хозяйство» не все так однозначно. Прямое включение инвестиций в модель,

аналогично формуле (2), не дает модели со значимыми коэффициентами. Поэтому после многих попыток [6, 7, 8] для этой отрасли была построена модель вида

$$Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot S^{\gamma}, \tag{3}$$

где S – количество посевных площадей сельскохозяйственных культур (тыс. га). Мы можем констатировать, что подобные подходы в какой-то степени мы уже применяли в работах [9, 10].

Были использованы статистические данные, приведенные в таблице 3.

Таблица 3

Данные по отрасли «сельское хозяйство» Алтайского края

Годы	Y(t), валовая добавленная стоимость отрасли с/х в ценах 2005 года, млн руб.	K(t), наличие основных фондов по полной учетной стоимости в ценах 2005 года, млн руб.	Посевные площади сельскохозяйственных культур, тыс. га	Среднегодовая численность занятых в отрасли (сельское хозяйство, охота и лесное хозяйство)
2005	22823,489	34527	4014,4	228,3
2006	24972,45531	40356,62135	3825,29	226,4
2007	29526,80541	49132,5879	3713,09	221,9
2008	34542,62041	58417,33726	3819,7	205
2009	33739,52815	65064,50359	3803,9	206,4
2010	39352,3065	72094,28992	3593	214,7
2011	36218,5992	75301,37584	3787,8	212,9
2012	41123,70994	87825,90381	3733,1	209,9
2013	45760,57816	98084,48433	3666,6	206,6
2014	49635,24942	92960,99245	3489,6	204,2

Источники данных — [2].

Были получены результаты, приведенные в таблице 4.

Таблица 4

Результаты вычислений по модели (3)

Модель	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	R <sup>2</sup>	Значимость всего уравнения F
$Y = A \cdot K^\alpha \cdot L^\beta \cdot S^\gamma$	0,4462	-1,08535	-1,6778	0,988021	0,999996

Для этой модели коэффициент детерминации R<sup>2</sup> тоже высок. Значимости коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  (1-Рзначения) равны 0,999082, 0,926951 и 0,990629 соответственно. Коэффициент  $\beta$  отрицателен, следовательно, увеличение числа занятых в отрасли «сельское хозяйство» не приведет к росту валовой добавленной стоимости. Коэффициент  $\gamma$  тоже отрицателен — это означает, что увеличение посевных площадей не приведет к увеличению валовой добавленной стоимости.

Учет инвестиций был выполнен привлечением модели, аналогичной той, что используется в модели Р.М. Солоу [11]. Построена модель, учитывающая влияние инвестиций на увеличение основных фондов:

$$K(t) = b_0 + b_1 \cdot I(t) + b_2 \cdot K(t-1) \cdot m(t-1),$$

или по-другому

$$K(t+1) = b_0 + b_1 \cdot I(t+1) + b_2 \cdot K(t) \cdot m(t), \quad (4)$$

Были использованы следующие статистические данные по Алтайскому краю (табл. 5).

Таблица 5

Статистические данные для расчета модели (4)

K(t), наличие основных фондов в ценах 2005 года по полной учетной стоимости, млн руб.	I(t), инвестиции в основной капитал, сельское хозяйство — охота — лесное хозяйство, млн руб. в ценах 2005 г.	K(t-1)*степень износа, млн руб.	Степень износа основных фондов (на начало года, %)
34527	1630,4	14706,82	44,1
40356,62	2070,799	15606,2	45,2
49132,59	2841,488	16626,93	41,2
58417,34	3394,68	16115,49	32,8
65064,5	4000,972	19803,48	33,9

К(t), наличие основных фондов в ценах 2005 года по полной учетной стоимости, млн руб.	I(t), инвестиции в основной капитал, сельское хозяйство — охота — лесное хозяйство, млн руб. в ценах 2005 г.	К(t-1)*степень износа, млн руб.	Степень износа основных фондов (на начало года, %)
72094,29	3321,234	23618,41	36,3
75301,38	4451,589	26819,08	37,2
87825,9	2681,892	28765,13	38,2
98084,48	2661,906	36096,45	41,1
93030,65	2510,938	41195,48	42

Получены результаты, приведенные в таблице 6.

Таблица 6

Результаты вычислений по модели (4)

b0	b1	b2	R2	Значимость всего уравнения F
-2980,642	6,305246	2,160908	0,910625	0,999787

Значимости коэффициентов b1 и b2 (1-Рзначения) равны 0,933264 и 0,99991 соответственно. Теперь вычислим эластичность основных производственных фондов по значению коэффициента b1.

$$E_1 = \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}} \cdot b_1 = 0,27665.$$

Надо полагать, что итоговая эластичность валовой добавленной стоимости по инвестициям равна произведению эластичностей

$$E = \alpha \cdot E_1 = 0,123445.$$

**Заключение.** В настоящее время структура экономики регионов стала реально модифицироваться. На ведущие места выходят те отрасли, которые

занимаются рынком, сферой услуг, удовлетворением спроса населения. Для роста ВРП аграрных территорий, к которым относится и Алтайский край, большее значение, кроме традиционных факторов, имеют эффективность и результативность привлекаемых банковских кредитов, иностранных инвестиций. Данные расчеты могут быть также использованы при оценке эффективности управления на уровне региона или крупных муниципалитетов.

Построенные модели могут быть использованы для обоснования расчетов распределения инвестиций между отраслями в задаче экономического роста региона, а также для ретроспективного прогнозирования валового регионального продукта.

## Библиографический список

1. Мищенко В.В., Мищенко И.К. Структурная трансформация отношений собственности и ее влияние на экономику России. — Барнаул, 2012.
2. Официальный сайт Алтайкрайстата [Электронный ресурс]. — URL: <http://akstat.gks.ru>.
3. Доугерти К. Введение в эконометрику : пер. с англ. — М., 2001.
4. Кирилюк И.Л. Модели производственных функций для российской экономики // Компьютерные исследования и моделирование. — 2013. — Т. 5, № 2.
5. Регионы России. Социально-экономические показатели. 2015 : стат. сб. / Росстат. — М., 2015. [Электронный ресурс]. — URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138623506156](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138623506156).
6. Оскорбин Н.М. Декомпозиция задач большой размерности // Материалы Седьмой регион. конф. по математике. — Барнаул, 2004.
7. Суспицын С.А. Барометры социально-экономического положения регионов России. — Новосибирск, 2004.
8. Суханов В.А. Исследование эмпирических зависимостей: нестатистический подход : сб. научн. ст. / под ред. Н.М. Оскорбина, П.И. Кузьмина. — Барнаул, 2007.
9. Кузьмин П.И., Малачева И.А., Поддубнова С.А., Селиверстов С.И. Эконометрическая модель анализа путей

преодоления кризиса // Известия Алтайского гос. ун-та. — 2016. — № 89(1). DOI:10.14258/izvasu(2016)1-24

10. Кузьмин П.И. Эконометрические модели региона. — Барнаул, 2006.

11. Solow R.M. A Contribution to the Theory of Economic Growth // Quarterly Journal of Economics. — 1956. — February. — № 70(1).