

Интерпретация релятивистской кинематики с помощью метода стоячих волн. Часть 2**А.И. Гончаров*

Алтайский государственный университет (Барнаул, Россия)

An Interpretation of Relativistic Kinematics with the Standing Waves Method. Part 2*A.I. Goncharov*

Altai State University (Barnaul, Russia)

В первой части статьи на основе подхода, ранее предложенного автором, была построена модель физической системы, в которой наблюдатели неотделимы от фаз волн типа $U = \cos k\gamma(x - \beta at) \cos k\gamma(at - \beta x)$, распространяющихся по бесконечной однородной струне. Было показано, что имеет место эффект замедления времени движущегося наблюдателя, аналогичный эффекту, известному из теории относительности. Во 2-й части на основе волны U строится новая система отсчета K' . В этой системе волна U является стоячей, ее колебания синфазны и служат эталоном одновременности в разных точках системы. Эталономы промежутка времени и длины являются период колебаний и длина волны U . Фазы $k\gamma(x - \beta at)$ отождествляются с наблюдателями, а колебания, описываемые функцией $\cos k\gamma(at - \beta x)$, выполняют роль «биологических процессов» наблюдателей. Подробно обсуждаются проявления принципа относительности в этой модели. Показано, что в системе K' нет «эфирного ветра». Без явного использования постулатов теории относительности выведены преобразования Лоренца, связывающие координаты события, наблюдаемого из лабораторной системы и системы K' . С помощью модели стоячих волн иллюстрируются относительность одновременности, относительность сокращения длин и замедления времени, парадокс близнецов, инвариантность скорости звука.

Ключевые слова: специальная теория относительности, стоячие волны, парадокс близнецов.

DOI 10.14258/izvasu(2015)1.2-02

Введение. Настоящая работа является продолжением статьи [1]. Обозначения и термины, которые были там введены, используются здесь

*Работа выполнена при частичной поддержке Программы стратегического развития Алтайского госуниверситета (НОК-2, подпроект 2.1.2.1).

In the first part of the paper, a model of the physical system based on the previously proposed approach was developed. The model assumes that the observers cannot be separated from phases of waves $U = \cos k\gamma(x - \beta at) \cos k\gamma(at - \beta x)$ propagating in an infinite homogeneous string. It was shown that there was a time dilation effect of the moving observer, similar to the effect known from the theory of relativity. In the second part, a new reference system K' is constructed on the basis of the wave U . In this system, U is a standing wave; its oscillations are in phase and serve as a standard of simultaneity in various points of the system. Period of oscillation and wavelength of U are standards of time interval and of length for the system. Phases $k\gamma(x - \beta at)$ are identified with the observers, and the oscillations described by the function $\cos k\gamma(at - \beta x)$ act as “biological processes” of observers. Manifestations of the principle of relativity in this model are discussed in details. It is shown that the system K' has no “aether wind”. The Lorentz transformations for linking the coordinates of the event observed from the laboratory reference system with coordinates of the system K' were derived without the explicit use of the theory of relativity postulates. The model of standing waves illustrates the relativity of simultaneity, the relativity of length contraction and time dilation, the twin paradox, and the invariance of the speed of sound.

Key words: special relativity, standing waves, twin paradox.

без пояснения. Номера формул из [1] приводятся в фигурных скобках; например, {1} — это формула (1) из [1]. В статье использован подход, разработанный в [2].

1. Системы отсчета, основанные на движущихся стоячих волнах. Построим си-

стему отсчета K' на основе движущейся стоячей волны U_1 , определяемой формулой {3}. Волна U_1 в системе K' играет ту же роль, что и волна u в системе K : она содержит в себе эталоны одновременности, промежутка времени и длины; наблюдатели неотделимы от фаз $\Phi_1^{(1)}$; изменение фазы $\Phi_1^{(2)}$ (скрытое движение) равносильно течению времени.

Функция $\Psi_1^{(1)} = \cos[k\gamma(x - \beta at)]$ определяет линейки системы K' , наблюдаемые из системы K . В любой заданный момент времени t функция $\Psi_1^{(1)}$ выглядит сжатой в γ раз по сравнению с функцией $\psi^{(1)} = \cos kx$, которая отвечает за линейки в системе K . Соответственно, с точки зрения K , K' -линейки в γ раз короче K -линейек.

В системе K' наблюдатели $\Phi_1^{(1)} = \text{const}$ неподвижны. За единицу длины принимается длина «волны», описываемой функцией $\Psi_1^{(1)}$. Пусть, для определенности, начало координат $x' = 0$ помещено в точку \mathcal{B} , которой соответствует $\Phi_1^{(1)} = 0$, а направления осей x' и x совпадают. Тогда функция $\Psi_1^{(1)}$ в системе K' имеет вид $\Psi_1^{(1)} = \cos kx'$.

Фазы $\Phi_1^{(1)} = \text{const}$ движутся в системе K по закону $x(\Phi_1^{(1)}, t) = \Phi_1^{(1)}/k\gamma + \beta at$. Исключив x из U_1 , получим формулу

$$\begin{aligned} U_1 &= \cos \Phi_1^{(1)} \cos \Phi_1^{(2)}, \\ \Phi_1^{(2)} &= kat/\gamma - \beta \Phi_1^{(1)}, \end{aligned} \quad (1)$$

которая описывает колебания волны U_1 в точке $\Phi_1^{(1)} = \text{const}$, наблюдаемые из системы K . Мы уже отмечали, что в системе K эти колебания выглядят замедленными по сравнению с колебаниями волны u . Сейчас отметим, что эти колебания несинфазны. Но в системе K' , как было сказано, волна U_1 служит эталоном одновременности, т.е. в системе K' ее колебания синфазны. Это значит, что фаза колебаний $\Phi_1^{(2)}$ в системе K' не зависит от координаты. Единицу промежутка времени в K' мы, по сути, уже ввели при определении возраста наблюдателя \mathcal{B} : периоду колебаний соответствует одна «волновая секунда» ($T = 1$ вс). Тогда функция $\Psi_1^{(2)} = \cos \Phi_1^{(2)}$ в системе K' имеет вид $\Psi_1^{(2)} = \cos 2\pi(t'/T) = \cos kat'$. Она определяет эталонные часы системы K' . Для измерения малых расстояний и промежутков времени в системе K' нужно при разделении частот в волне U_0 также разделить частоты на эту же величину δ в измерительной волне u_n . В результате мы получим движущуюся измерительную волну U_n . Скорость фаз $\Phi^{(1)}$ после разделения частот не зависит от исходной частоты; поэтому фазы $\Phi_n^{(1)}$ волны U_n будут неподвижны в системе K' .

Из сказанного следует, что в координатах системы K' волна U_1 имеет вид

$$U_1 = \cos kx' \cos kat', \quad (2)$$

т.е. является гармонической стоячей волной. Отметим, что для нас, внешних наблюдателей, которые, благодаря световому зрению, практически мгновенно получают информацию из любых точек струны, колебания U_1 не могут выглядеть синфазными, за исключением предельного случая $\delta = 1$, когда $U_1 = u$.

Таким образом, для систем отсчета, основанных на стоячих волнах, характерна относительность одновременности, как и в теории относительности А. Эйнштейна [3, 4]. В последующих пунктах мы обсудим некоторые другие аспекты принципа относительности.

Из формул {3}, (2) следует, что K и K' — координаты одного и того же события, которые связаны соотношениями

$$x' = \gamma(x - \beta at), \quad at' = \gamma(at - \beta x), \quad (3)$$

$$x = \gamma(x' + \beta at'), \quad at = \gamma(at' + \beta x'), \quad (4)$$

которые представляют собой однородные преобразования Лоренца.

В волновой модели время оказывается определенным так, как если бы все локальные часы были синхронизированы с помощью звукового сигнала по методу Эйнштейна; но на самом деле синхронизация обеспечивается автоматически, в силу синфазности колебаний в стоячей волне.

2. Относительность замедления времени. Пусть ведется наблюдение колебаний волны U_1 из некоторой заданной точки x системы K , например, из точки $x = 0$ (наблюдатель \mathcal{A}). Эти колебания — негармонические. Из формулы $\Phi_1^{(2)} = k\gamma(at - \beta x)$ следует, что рассматриваемые колебания совершаются более часто, чем колебания волны u . Однако это не означает, что с точки зрения K K' -часы идут быстрее, чем K -часы. Перед \mathcal{A} проплывают *разные* фазы $\Phi_1^{(1)}$, т.е. разные K' -часы. \mathcal{A} это знает, поскольку различает фазы $\Phi_1^{(1)}$. В один и тот же момент t фазы $\Phi_1^{(2)}$ колебаний волны U_1 в разных точках разные, т.е. у разных часов системы K' разная начальная установка.

Пусть теперь K -наблюдатели прослеживают какого-нибудь одного K' -наблюдателя, например, \mathcal{B} , которому соответствует $\Phi_1^{(1)} = 0$. Колебания в точке \mathcal{B} волны U_1 происходят по закону $U_1(\mathcal{B}, t) = \cos(kat/\gamma)$. При этом показания одних и тех же K' -часов сравниваются с показаниями разных K -часов. В системе K все K -часы считаются идущими синфазно, поэтому в согласии с этой формулой наблюдатели K делают вывод о замедлении колебаний волны U_1 в точках $\Phi_1^{(1)} = \text{const}$ по сравнению с колебаниями волны u , как мы это уже обсуждали в [1].

Волна u в системе K' имеет вид

$$u = \cos k\gamma(x' + \beta at') \cos k\gamma(at' + \beta x'). \quad (5)$$

Колебания, наблюдаемые в точке $x' = 0$, т.е. в точке \mathcal{B} , совершаются по закону $u(\mathcal{B}, t) = \cos(k\gamma\beta at') \cos(k\gamma at')$. Поэтому наблюдатель \mathcal{B} подтверждает, что амплитудные значения волны u (в системе K' они изменяются со временем) достигаются чаще, чем амплитудные значения волны U_1 . Но, в отличие от наблюдателей системы K , он не считает, что его часы идут медленнее их часов. Причина его несогласия с K в том, что перед \mathcal{B} проплывают все новые и новые фазы $\varphi^{(1)}$, т.е. все новые и новые K -часы, у которых, как это следует из (5), с точки зрения K' разная начальная установка, поскольку эталоном одновременности в системе K' является волна U_1 . Колебания же волны u в точке любого заданного K -наблюдателя $\varphi^{(1)} = \text{const}$ по наблюдениям K' замедлены по сравнению с колебаниями волны U_1 : $u(\varphi^{(1)}, t') = \cos \varphi^{(1)} \cos(kat'/\gamma + \beta\varphi^{(1)})$.

3. Парадокс близнецов. В [1] мы видели, что с точки зрения K колебания наблюдателя \mathcal{B} замедлены по сравнению с колебаниями наблюдателя \mathcal{A} . В полном соответствии с этим оказалось, что за время своего путешествия \mathcal{B} совершил меньше колебаний, чем \mathcal{A} . Расчет числа колебаний мы проводили в координатах системы K .

Каждый наблюдатель, например \mathcal{B} , однозначно идентифицируется наблюдателями любых систем отсчета, поэтому очевидно, что при расчете числа колебаний в координатах любой другой системы не может получиться никакой другой результат (подобно тому, как получается одно и то же число при *прямом подсчете* числа колебаний \mathcal{B} из разных систем отсчета). Утверждение, что к моменту возвращения \mathcal{B} он совершит меньше колебаний, чем \mathcal{A} , является абсолютным.

Но как можно заметить, что с точки зрения K' , наоборот, замедленными являются колебания наблюдателя \mathcal{A} по сравнению с колебаниями \mathcal{B} . Кажущееся противоречие между этим фактом и тем, что к моменту возвращения \mathcal{B} он будет моложе, чем \mathcal{A} , называется парадоксом близнецов (парадоксом часов) [5] (см. также список литературы в [1]).

Колебания \mathcal{A} в системе K' выглядят замедленными; но число колебаний зависит еще и от времени, в течение которого подсчитывались колебания. Покажем, что \mathcal{A} «провел в системе K' » (т.е. находился под наблюдением из K') больше времени, чем любой из K' -наблюдателей.

Напомним, что все «точки» волны U_1 возникли одновременно в системе K в момент $t = 0$. Колебания этой волны в системе K несинфазны. Соответственно, в разных точках ее фазы колебаний $\Phi_1^{(2)}$ в момент возникновения волны были разными; наблюдатели K' соглашались с этим, поскольку значения фаз не являются относительными. Но они трактуют это по-другому: колеба-

ния волны U_1 синфазны, но разные точки волны U_1 возникли в разные моменты времени t' :

$$t'_{\text{начало}} = \Phi_1^{(2)}(t = 0)/ak = -\gamma\beta x/a = -\beta x'/a.$$

Говоря о наблюдателях, можно сказать, что у каждого K' -наблюдателя в системе K' — свой «год рождения».

Напомним также, что исчезла волна U_1 в системе K тоже одновременно по всей длине — в момент $t = t_1$. Показания разных K' -часов в момент их исчезновения тоже были разными; это означает, что в системе K' разные точки волны U_1 исчезли неодновременно:

$$\begin{aligned} t'_{\text{конец}} &= \Phi_1^{(2)}(t = t_1)/ak = \gamma(t_1 - \beta x/a) = \\ &= t_1/\gamma - \beta x'/a. \end{aligned}$$

Разность конечных и начальных показаний фиксированных K' -часов ($x' = \text{const}$) равна $\Delta t'(x') = t'_{\text{конец}}(x') - t'_{\text{начало}}(x') = t_1/\gamma$. В частности, такой промежуток времени прошел в точке \mathcal{B} , $x' = 0$, за время существования волны U_1 . Что касается времени, в течение которого в системе K' наблюдался фиксированный K -наблюдатель $x = \text{const}$, в частности, \mathcal{A} ($x = 0$), то оно равно $\Delta t'(x) = t'_{\text{конец}}(x) - t'_{\text{начало}}(x) = \gamma t_1$, т.е. в γ^2 раз больше. Наблюдателю \mathcal{A} удалось провести в системе K' больше времени, чем любому из K' -наблюдателей, потому что он начал путешествие в системе K' в точке $x' = 0$, в которой волна U_1 в системе K' появилась раньше (и раньше исчезла), а закончил путешествие в точке $x' = -\gamma\beta at_1$, в которой волна U_1 исчезла позже (потому что позже появилась). В этом и заключается причина того, что, несмотря на замедление с точки зрения K' колебаний наблюдателя \mathcal{A} , за время существования волны U_1 он совершил большее число колебаний, чем наблюдатель \mathcal{B} .

С помощью формул $\varphi^{(2)}(x, t') = k(at'/\gamma + \beta x)$, $\Phi^{(2)}(t') = akt'$ на основе найденных промежутков времени найдем числа колебаний наблюдателей \mathcal{A} , \mathcal{B} , подсчитанные наблюдателями системы K' : $N'(\mathcal{A}) = \Delta\varphi^{(2)}(\mathcal{A})/2\pi = t_1/T$; $N'(\mathcal{B}) = \Delta\Phi^{(2)}(\mathcal{B})/2\pi = t_1/\gamma T = N'(\mathcal{A})/\gamma$, что, естественно, совпадает с результатом расчета в координатах системы K .

Сравнение числа колебаний \mathcal{A} и \mathcal{B} на интервале $t_1 < t < 2t_1$, когда \mathcal{B} находится в составе волны U_3 , определяемой формулами {7}, совершенно аналогично только что проведенному сравнению как в качественном, так и в количественном отношении. Приведем лишь основные результаты. На основе волны U_3 определяется система отсчета \hat{K} . U_3 в системе \hat{K} должна иметь вид $U_3 = \cos(k\hat{x} + C_1) \cos(ka\hat{t} + C_2)$, где C_i — константы, которые можно задать произвольно. Например, выбрав $C_i = 0$, получим $U_3 = \cos k\hat{x} \cos ka\hat{t}$.

Сравнив эту формулу с {7}, находим связь координат систем \hat{K} и K :

$$\hat{x} = \gamma[x - x_1 + \beta a(t - t_1)],$$

$$a\hat{t} = \frac{at_1}{\gamma} + \gamma[a(t - t_1) + \beta(x - x_1)]; \quad (6)$$

$$x = 2x_1 + \gamma(\hat{x} - \beta a\hat{t}), \quad at = \gamma(a\hat{t} - \beta\hat{x}), \quad (7)$$

где $x_1 = \beta at_1$. Это — неоднородные преобразования Лоренца (преобразования Пуанкаре). Наблюдатель \mathcal{A} движется в \hat{K} по закону $\hat{x}(\mathcal{A}, \hat{t}) = \beta a\hat{t} - 2x_1/\gamma$; фаза его колебаний $\varphi^{(2)}(\mathcal{A}, \hat{t}) = ka\hat{t}/\gamma + 2k\beta x_1$, т.е. колебания \mathcal{A} замедлены в системе \hat{K} . Но разные точки волны U_3 и, соответственно, разные \hat{K} -наблюдатели появились в своей системе неодновременно и неодновременно исчезли. \mathcal{A} начал движение в точке $\hat{x}(\mathcal{A}, t = t_1) = -\gamma x_1$, в которой волна U_3 возникла в момент $\hat{t}_{\text{начало}}(\mathcal{A}) = t_1\gamma(1 - 2\beta^2)$, и закончил движение в точке $\hat{x}(\mathcal{A}, t = 2t_1) = 0$, в которой волна U_3 существовала вплоть до момента $\hat{t}_{\text{конец}}(\mathcal{A}) = 2t_1/\gamma$. Таким образом, \mathcal{A} провел в системе \hat{K} время $\Delta\hat{t}(\mathcal{A}) = \hat{t}_{\text{конец}}(\mathcal{A}) - \hat{t}_{\text{начало}}(\mathcal{A}) = \gamma t_1$, тогда как \mathcal{B} — всего лишь t_1/γ .

4. Относительность сокращения длин.

При кратком и формальном изложении, основанном на преобразованиях Лоренца, можно ограничиться следующим. Линейки системы K , наблюдаемые из K' , определяются функцией $\psi^{(1)} = \cos[k\gamma(x' + \beta at')]$. В заданный момент t' эта функция выглядит сжатой в γ раз по сравнению с $\Psi_1^{(1)} = \cos kx'$, т.е. K -линейки короче K' -линейки в γ раз с точки зрения K' . На рисунках 1–3 приведена менее формальная иллюстрация сокращения длины «предмета», покоящегося в системе K , с точки зрения наблюдателей системы K' . Роль измеряемого предмета выполняет участок $x \in [0, \lambda]$ (участок \mathcal{AA}_1) стоячей волны u , длина которого в системе K равна $l(\mathcal{AA}_1) = \lambda = 1$ в.м. Каждый из рисунков содержит мгновенный снимок волн $u(x, t)$, $U_1(x, t)$ в некоторый момент времени t в системе K : рисунок 1 — в момент $t = 0$, рисунок 2 — $t = \beta T/2$ и рисунок 3 — $t = \beta T$ ($T = 1$ в.с). За движение волны U_1 отвечает функция $\Psi_1^{(1)}(x, t) = \cos k\gamma(x - \beta at)$, показанная на рисунках пунктиром. Параметр скорости равен $\beta = \sqrt{3}/2 \approx 0,866$, лоренц-фактор $\gamma = 2$. В момент $t = 0$ начало координат $x' = 0$ системы K' находится в точке $x = 0$; на рисунке 2 и 3 через точку $x' = 0$ проведена вертикальная пунктирная линия. Функция u изображена точками, функция $U_1 = \Psi_1^{(1)}\Psi_1^{(2)}$ — сплошной кривой линией. Наклонная прямая — график функции $\Phi_1^{(2)}/2\pi = \gamma(at - \beta x)/\lambda = t'/T$.

Волна U_1 на снимках выглядит сжатой, и может показаться, что длина $l'(\mathcal{AA}_1)$ рассматриваемого участка, измеренная K' -наблюдателями,

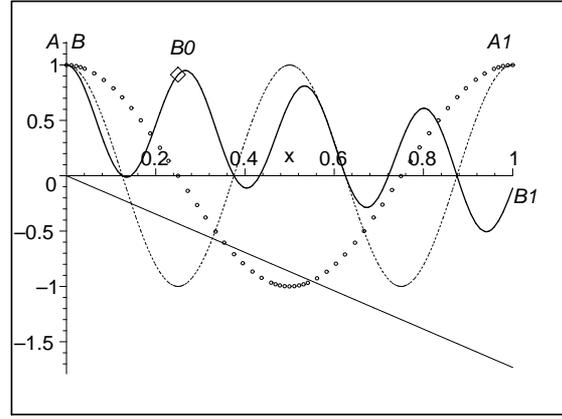


Рис. 1. Картина в момент $t = 0$, когда наблюдатель \mathcal{B} определяет x' -координату точки \mathcal{A}

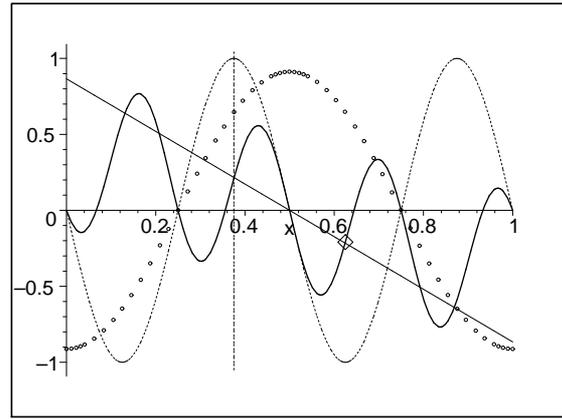


Рис. 2. Картина в промежуточный момент $t = \beta T/2$

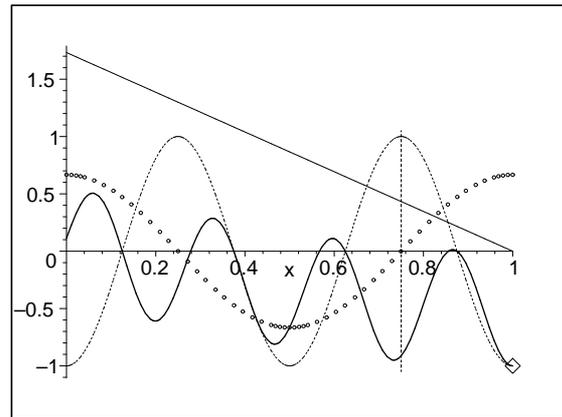


Рис. 3. Картина в момент $t = \beta T$, когда наблюдатель \mathcal{B}_0 определяет x' -координату точки \mathcal{A}_1

должна быть больше, чем $l(\mathcal{AA}_1)$. Но следует учесть, что длина $l'(\mathcal{AA}_1)$ равна разности координат $x'(\mathcal{A}_1, t')$ и $x'(\mathcal{A}, t')$, измеренных в системе K' в один и тот же момент времени t' . Пусть x' -координату точки \mathcal{A} определяет K' -наблюдатель \mathcal{B} (рис. 1); в данном случае $x' = 0$. В этот момент

фаза колебаний наблюдателя \mathcal{B} равна $\Phi_1^{(2)} = 0$, что соответствует «показанию часов» наблюдателя \mathcal{B} $t' = 0$. x' -координату точки \mathcal{A}_1 должен определять K' -наблюдатель, который окажется в точке \mathcal{A}_1 в тот момент, когда фаза его колебаний тоже будет равна нулю, т.е. когда его часы тоже будут показывать $t' = 0$. В любой заданный момент t значения фазы колебаний $\Phi_1^{(2)}$ волны U_1 во всех точках x разные, и на рисунке 1 нет других K' -наблюдателей, кроме \mathcal{B} , имеющих $\Phi_1^{(2)} = 0$. В частности, у наблюдателя \mathcal{B}_1 , который в момент $t = 0$ находится в одной точке $x = 1$ вм с \mathcal{A}_1 , в этот момент $\Phi_1^{(2)} = -2\pi\beta\gamma \approx -10,88$ рад, что соответствует $t' = -\beta\gamma T \approx -1,73$ вс. Интересующий же нас наблюдатель на рисунках обозначен \mathcal{B}_0 и дополнительно ромбиком. Из рисунков видно (с учетом того, что в системе K' единицей длины является длина «волны» $\Psi_1^{(1)}$ (пунктирная линия на рисунках)), что x' -координата наблюдателя \mathcal{B}_0 равна $x' = \lambda/2 = 1/2$ вм. Таким образом, искомая длина участка $\mathcal{A}\mathcal{A}_1$ волны u , измеренная в системе K' , равна $l(\mathcal{A}\mathcal{A}_1) = \lambda/2 = 1/2$ вм = $l(\mathcal{A}\mathcal{A}_1)/2$.

Заодно эти рисунки иллюстрируют замедление процессов в K' с точки зрения K : стоячая волна u совершила 0,87 периода колебаний, а «ромб» \mathcal{B}_0 — 0,43 периода.

5. Закон изменения фаз стоячих волн вдоль траектории звукового сигнала. В этом пункте мы выведем формулы, которые будут использованы в дальнейшем.

Пусть из точки x_n в момент t_n излучается звуковой сигнал. Фронт этого сигнала движется в системе K по закону

$$x(t) = x_n + a_x(t - t_n); \quad (8)$$

в зависимости от направления распространения сигнала $a_x = a$ или $a_x = -a$. Запишем этот закон с использованием фаз волны u $\varphi^{(1)} = kx$, $\varphi^{(2)} = kat$:

$$\varphi^{(1)} = \varphi_n^{(1)} + (\text{sign } a_x)(\varphi^{(2)} - \varphi_n^{(2)}). \quad (9)$$

В частности, для сигнала, распространяющегося в положительном направлении оси x ($\text{sign } a_x = 1$), имеют место следующие закономерности: $\varphi^{(2)} - \varphi_n^{(2)} = \varphi^{(1)} - \varphi_n^{(1)}$, т.е. вдоль траектории сигнала изменение фазы колебаний волны u равно изменению фазы $\varphi^{(1)}$ этой волны; $\varphi^{(1)} - \varphi^{(2)} = \varphi_n^{(1)} - \varphi_n^{(2)}$, т.е. вдоль траектории сигнала сохраняется разность фаз типа $\varphi^{(1)}$ и $\varphi^{(2)}$.

Теперь перепишем закон (8) движения сигнала с использованием фаз $\Phi^{(1)} = k\gamma(x - \beta at)$, $\Phi^{(2)} = k\gamma(at - \beta x)$ волны U . Выразив x , t через $\Phi^{(1)}$, $\Phi^{(2)}$ и аналогично x_n , t_n через $\Phi_n^{(1)}$, $\Phi_n^{(2)}$, получим

$$\Phi^{(1)} = \Phi_n^{(1)} + (\text{sign } a_x)(\Phi^{(2)} - \Phi_n^{(2)}). \quad (10)$$

Этот закон совпадает по форме с законом (9). Из формул (9), (10) также следуют формулы

$$\varphi^{(2)} = \varphi_n^{(2)} + |\varphi^{(1)} - \varphi_n^{(1)}|, \quad (11)$$

$$\Phi^{(2)} = \Phi_n^{(2)} + |\Phi^{(1)} - \Phi_n^{(1)}|. \quad (12)$$

6. Принцип относительности. Вернемся к вопросу о том, какую картину колебаний U_1 видим мы, внешние наблюдатели. Если смотреть на определенный участок струны, то можно увидеть несинфазные колебания, описываемые формулой {3}. Если мы удерживаем в поле зрения некоторый участок волны в окрестности фазы $\Phi_1^{(1)} = \text{const}$, то наблюдаем колебания в виде (1), которые тоже несинфазны. Ничего похожего на стоячую волну (2) мы не видим. Поэтому может показаться, что система отсчета K' и стоячая волна (2) являются лишь математическими абстракциями. Считаем методически важным неформальное обоснование определения времени $at' = at/\gamma - \beta x'$ при построении системы отсчета K' на основе волны U_1 . В связи с этим в [2] показано, что сигналы из симметрично расположенных точек приходят к наблюдателю одновременно, если сигналы были испущены в моменты одинаковых фаз колебаний; в [2] это свойство названо внутренней синфазностью волны U_1 . Приведем более простое, основанное на формуле (10), доказательство этого свойства (далее индекс «1» у функции U_1 и ее фаз опускаем). Пусть в точке $\Phi^{(1)}$ принимаются сигналы, испущенные из точек $\Phi_a^{(1)}$ и $\Phi_b^{(1)}$, таких, что $(\Phi_a^{(1)} + \Phi_b^{(1)})/2 = \Phi^{(1)}$. Моменты излучения сигналов соответствуют фазам колебаний волны U $\Phi_a^{(2)}$ и $\Phi_b^{(2)}$. Обозначим $\Phi_{\text{от } a}^{(2)}$, $\Phi_{\text{от } b}^{(2)}$ фазы колебаний волны U в точке $\Phi^{(1)}$ в моменты прихода сигналов в эту точку. Согласно (10), $\Phi_{\text{от } a}^{(2)} = \Phi_a^{(2)} + \Phi^{(1)} - \Phi_a^{(1)}$, $\Phi_{\text{от } b}^{(2)} = \Phi_b^{(2)} + \Phi_b^{(1)} - \Phi^{(1)}$, и тогда $\Phi_{\text{от } a}^{(2)} - \Phi_{\text{от } b}^{(2)} = \Phi_a^{(2)} - \Phi_b^{(2)}$. Если сигналы были испущены в моменты одинаковых фаз: $\Phi_a^{(2)} = \Phi_b^{(2)}$, то в точку $\Phi^{(1)}$ они придут одновременно: $\Phi_{\text{от } a}^{(2)} = \Phi_{\text{от } b}^{(2)}$, что и означает, что волна U (так же как, очевидно, и волна u) внутренне синфазна. Это свойство может служить основанием для того, чтобы при определении времени t' в системе K' одинаковым значениям фаз колебаний в разных точках был поставлен в соответствие один и тот же момент времени.

Далее покажем, не вводя переменную t' , что волновые наблюдатели, связанные с волной U , «видят» ее такой же, какой «видят» свою волну u ее наблюдатели. Сначала обсудим смысл утверждения, что волна u в системе K имеет вид {1}. В заданный момент каждый точечный наблюдатель непосредственно регистрирует значение u только в одной точке; функция {1} описывает синтетическую картину, которую можно сло-

жить из результатов регистрации значений u всеми K -наблюдателями. С помощью сигналов все наблюдатели передают результаты своих измерений какому-нибудь одному наблюдателю, например \mathcal{A} , который строит графики функции u .

Пусть теперь K -наблюдатель $\varphi_n^{(1)}$ принимает сигналы от точек своей волны u в момент t_n , соответствующий значению фазы колебаний $\varphi_n^{(2)}$. Сигнал излучается из точки x_n в момент $t = t_n$ и приходит в точку x_n в момент t_n . Ограничимся областью просмотра $x_n > x_n$ (для $x_n < x_n$ рассуждение проводится аналогично); тогда $t_n = t_n - (x_n - x_n)/a$. Подставив $x = x_n$, $t = t_n$ в формулу $u = \cos kx \cos kat$, получим

$$u = \cos kx_n \cos (\varphi_n^{(2)} + \varphi_n^{(1)} - kx_n). \quad (13)$$

Договоримся, что в сигнале из каждой точки содержится информация о координатах x_n и величине u . Тогда формула (13) показывает, какой «видит» свою волну u наблюдатель $\varphi_n^{(1)}$ в момент t_n .

Теперь рассмотрим K' -наблюдателя $\Phi_n^{(1)}$, который принимает сигналы от точек своей волны U в тот момент, когда его фаза колебаний равна $\Phi_n^{(2)}$. Из (10) для рассматриваемого случая $a_x = -a$ находим фазу колебаний волны U в точке $\Phi_n^{(1)} = kx'_n$ в момент излучения: $\Phi_n^{(2)} = \Phi_n^{(2)} + \Phi_n^{(1)} - kx'_n$. Тогда

$$U = \cos \Phi_n^{(1)} \cos \Phi_n^{(2)} = \cos kx'_n \cos (\Phi_n^{(2)} + \Phi_n^{(1)} - kx'_n). \quad (14)$$

Функция (14) совпадает по форме с (13).

Итак, K -наблюдатель, соответствующий фазе $\varphi_n^{(1)}$, и K' -наблюдатель, фаза которого $\Phi_n^{(1)} = \varphi_n^{(1)}$, «видят» одинаковую картину своих волн u , U . В частности, одинаковую картину своих волн «видят» \mathcal{A} и \mathcal{B} . Это свойство отражает принцип относительности, один из аспектов которого заключается в невозможности обнаружить равномерное движение своей системы на основе измерений внутри этой системы. Здесь прежде всего имеется в виду движение относительно системы K , основанной на стоячей волне u ; но, естественно, это относится и к движению вдоль оси x относительно струны, которая непосредственно не воспринимается волновыми наблюдателями.

Полученный результат означает, что в системе K' нет «эфирного ветра».

Если определение времени предоставлено наблюдателям систем K и K' , то они введут его единым образом. Например, если в K -системе $t = \varphi^{(2)}/ak$, то в K' -системе $t' = \Phi^{(2)}/ak$. Тогда будут одинаковыми и синтетические картины $u(x, t)$, $U(x', t')$ (соответственно, формулы {1} и {2}).

7. Инвариантность скорости звука.

Рассмотрим измерение скорости звука наблюдателями систем K и K' . Как и в предыдущем параграфе, вместо координат будем использовать фазы. В системе K роль твердого тела, линейки выполняет участок волны u между двумя фиксированными фазами, например, $\varphi_n^{(1)} = 0$ (точка излучения) и $\varphi^{(1)} = 2\pi$ или $\varphi^{(1)} = -2\pi$ (точка приема сигнала). Длина этой линейки $\Delta l = \lambda = 1$ в.м. Пусть моменту излучения сигнала соответствует $\varphi_n^{(2)} = 0$, а моменту приема — $\varphi^{(2)}$. Согласно (11), $\varphi^{(2)} = 2\pi$. Далее вычисляется $\Delta\varphi^{(2)} = \varphi^{(2)} - \varphi_n^{(2)} = 2\pi$; это — разность конечной и начальной фаз колебаний в *разных* точках. Но в системе K колебания в волне u синфазны, поэтому наблюдатели K делают вывод, что волна u совершила один период колебаний, которому соответствует промежуток времени $\Delta t = T = 1$ в.с. Поэтому скорость звука, измеренная в системе K , равна $\Delta l/\Delta t = \lambda/T = a = 1$ в.м/в.с и одинакова в обоих направлениях. Наблюдатели системы K' измеряют скорость этого же сигнала, используя в качестве инструмента волну U_1 . Пусть $\Phi_{1n}^{(1)} = 0$, $\Phi_1^{(1)} = 2\pi$ или $\Phi_1^{(1)} = -2\pi$, $\Phi_{1n}^{(2)} = 0$. Тогда, согласно (12), $\Delta\Phi_1^{(2)} = 2\pi$, что с учетом синфазности колебаний U_1 в системе K' соответствует промежутку времени $\Delta t' = T = 1$ в.с. Тогда скорость звука, измеренная в K' , тоже одинакова в обоих направлениях (нет «эфирного ветра») и равна $\Delta l'/\Delta t' = \lambda/T = a = 1$ в.м/в.с = $\Delta l/\Delta t$, т.е. скорость звука инвариантна.

Пусть непрерывный наблюдатель \mathcal{B} участвовал последовательно в двух экспериментах по измерению скорости звука: сначала в составе «неподвижной» стоячей волны U_0 , а потом — в составе «движущейся» U_1 (здесь полагаем, что U_0 существовала и при $t < 0$). Неизменность скорости звука могла бы показаться ему парадоксальной. Действительно, если, например, сигнал движется в том же направлении, что и линейка, то можно было бы ожидать, что прохождение сигнала от одного до другого конца линейки потребует больше времени и измеренная скорость звука окажется меньше a . Но \mathcal{B} знает, что «измерительный комплекс», которым он пользуется, изменился. Он может это установить, сравнивая сигналы от наблюдателей $\Phi_0^{(1)}$ волны U_0 , отправленные непосредственно перед исчезновением U_0 , с сигналами от их «однофамильцев» $\Phi_1^{(1)} = \Phi_0^{(1)}$ — наблюдателей волны U_1 , отправленными сразу после появления U_1 . Изменения, как мы знаем, заключаются в «сжатии» волны U_1 по сравнению с U_0 , в замедлении ее колебаний в фиксированных точках $\Phi_1^{(1)}$, а также в наличии сдвига фазы колебаний волны U_1 в точках $\Phi_1^{(1)} \neq 0$. Эти изменения и компенсируют ожида-

емое изменение скорости звука, связанное с убегающим дальним концом линейки от догоняющего его сигнала.

Так как скорость звука одинакова в обоих направлениях, то такое же значение имеет и средняя скорость звука (т.е. скорость звукового сигнала по замкнутому пути с отражением в некоторой точке): $\bar{a} = a$. Но можно вычислить \bar{a} и отдельно с помощью формул (9), (10). При этом время пропорционально разности фаз колебаний $\Delta\Phi_1^{(2)}$ в одной и той же точке, так что свойство синфазности колебаний волны U_1 в системе K' не используется, подобно тому, как в СТО в этом случае не требуется синхронизация часов, расположенных в разных точках.

Заключение. Построена модель физической системы, в которой наблюдатели неотделимы от фаз волн типа $\cos k\gamma(x - \beta at) \cos k\gamma(at - \beta x)$.

С помощью этой модели, без явного использования постулатов теории относительности, установлен эффект замедления времени движущегося наблюдателя, совпадающий с известным релятивистским эффектом; выведены преобразования Лоренца, проиллюстрированы относительность одновременности, замедления времени и сокращения длин, инвариантность скорости звука, парадокс близнецов. В этой модели нет необходимости явного требования справедливости принципа относительности, поскольку предпосылки для его выполнения заложены в волновом уравнении.

С тех пор, как была направлена в печать 1-я часть статьи, нам стали известны несколько выполненных ранее работ других авторов, которые посвящены релятивистским эффектам, возникающим в системе стоячих волн. Ссылки на эти работы приведены в [6].

Библиографический список

1. Гончаров А.И. Наглядная интерпретация релятивистской кинематики с помощью метода стоячих волн. Часть 1 // Известия Алт. гос. ун-та. — 2014. — № 1/2 (81). DOI:10.14258/izvasu(2014)1.2-27
2. Гончаров А.И. Стоячие волны как системы отсчета: классическая модель релятивистского пространства-времени // Известия Алт. гос. ун-та. — 2013. — № 1/2 (77). DOI:10.14258/izvasu(2013)1.2-31
3. Эйнштейн А. К электродинамике движущихся тел // Собр. науч. трудов. Т. I. — М., 1965.
4. Эйнштейн А. Принцип относительности и его следствия в современной физике // Собр. науч. трудов. Т. I. — М., 1965.
5. Эйнштейн А. Диалог по поводу возражений против теории относительности // Собр. науч. трудов. Т. I. — М., 1965.
6. Гончаров А.И. Релятивистская динамика точки как эмерджентное явление в системе стоячих волн // Известия Алт. гос. ун-та. — 2015. — № 1/1 (85). DOI 10.14258/izvasu(2015)1.1-02