

УДК 519.7

## Компьютерная модель формирования талого стока воды в бассейне р. Лосихи\*

*А.В. Кудышин*

Институт водных и экологических проблем Сибирского  
отделения Российской академии наук (Барнаул, Россия)

## A Computer-Based Model of Melt Water Runoff Formation in the Basin of Losikha River

*A.V. Kudishin*

Institute for Water and Environmental Problems, Siberian  
Branch of the Russian Academy of Sciences (Barnaul, Russia)

Представлен вариант информационно-моделирующей системы для краткосрочного прогнозирования половодий и паводков в бассейне Верхней Оби. Рассматривается период весеннего половодья. Гидрологический режим непосредственно Оби и ее крупных притоков рассчитывается на основе одномерной нестационарной модели «мелкой воды» для системы русел. В качестве граничных условий используются данные гидропостов. В зоне без гидропостов поступление воды в речную сеть определяется на основе модели формирования талого стока. Модель основана на использовании вертикальной одномерной нестационарной подмодели тепломассопереноса в снеге, позволяющей рассчитывать снеготаяние и водоотдачу из снежного покрова. В комбинации с моделью снеготаяния используется простая модель трансформации стока, состоящего из двух компонентов: поверхностный и почвенный. Поверхностный сток рассчитывается по площади водосбора с использованием концепции «времени добегания». С использованием модели формирования талого стока проведены расчеты водосборного бассейна р. Лосихи, являющейся составным элементом бассейна Верхней Оби. Представлены результаты расчетов трансформации волны весеннего половодья в р. Оби на участке от г. Бийска до г. Камня-на-Оби. Получено удовлетворительное совпадение расчетных и натурных данных по расходам воды.

**Ключевые слова:** гидрология, гидравлика, математическое моделирование, речной сток, снежный покров.

This paper presents a variant of the information-modeling system for short-term forecasting of floods in the Upper Ob basin. A period of spring flood is considered. Hydrological regime of the river Ob and its major tributaries is calculated on the basis of one-dimensional nonstationary model (a “shallow water” model) for a system of channels. The data from gauging stations are used as boundary conditions. In the gauging — free zone, the water inflow to the river network is defined by the model for the snowmelt runoff formation that is based on a vertical one-dimensional nonstationary submodel for heat and mass transfer in the snow. The latter allows us to calculate snowmelt and water loss from the snow cover. Along with the snowmelt model, we use a simple model for the runoff transformation consisting of 2 components, i. e. surface and soil. The surface runoff is calculated by the catchment area with regard to the “lag time” concept. The catchment area of river Losikha that is a part of the Upper Ob basin is calculated using the model for snowmelt runoff formation. The results of calculations of spring flood transformation in the Ob at the site Biysk-Kamen-on-Ob are presented. The calculated and field data on water discharge demonstrate a satisfactory correlation.

**Key words:** hydrology, hydraulics, mathematical modeling, river runoff, snow cover.

DOI 10.14258/izvasu(2015)1.1-14

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках проекта СО РАН VIII.76.1.1 «Исследование процессов формирования стока и разработка информационно-моделирующих систем оперативного прогнозирования опасных гидрологических ситуаций для крупных речных систем Сибири».

Информационно-моделирующие системы для краткосрочного прогнозирования половодий и паводков на реках включают в себя модели формирования стока воды с водосборного бассейна (модели типа «осадки — сток») и гидролого-гидродинамические модели неустановившегося движения воды в русловой сети. Один из вариантов реализации таких систем заключается в моделировании волн паводка в речной системе на основе одномерной нестационарной модели «мелкой воды» для системы русел с использованием гидрологической информации по гидропостам. В качестве первого приближения можно выделить бассейны наиболее крупных притоков, а сток по площади этих бассейнов в виде интегральной величины включить в расход самих притоков. Используя в качестве граничных условий значения расходов по данным гидропостов, можно решить задачу о трансформации паводка в речной системе. При отсутствии гидрологической информации по гидропостам возникает неопределенность при расчете распространения волны паводка, и необходимо использовать модели водосборного бассейна. При небольшом удельном вкладе моделируемого водосбора в общий сток речной системы следует также ожидать и небольшое влияние водосбора на общую ошибку расчета. В этом смысле возможно использование простых моделей трансформации стока.

В качестве водного объекта для отработки математической модели и численных алгоритмов выбран участок р. Оби от г. Бийска до г. Камня-на-Оби. Сток на этом участке в основном формируется реками Бией, Катунью, Ануем, Песчаной, Чарышом, Алеем, Чумышом. Сеть гидропостов участок покрыт не полностью, имеется значительная часть водосбора (в основном на правом берегу Оби от с. Фоменского до р. Чумыша), на которой данных по стоку нет либо доступ к ним затруднен. В летне-осенний период этой частью стока можно пренебречь, но в весенний период боковая приточность может быть сопоставима с расходом в р. Оби.

Для расчета боковой приточности в период снеготаяния используется простая модель трансформации стока, состоящего из двух компонентов (поверхностный и почвенный). Поверхностный сток рассчитывается по площади водосбора с использованием концепции «времени добегания». Водоотдача из снежного покрова рассчитывается на основе вертикальной одномерной нестационарной подмодели теплопереноса в снеге.

Теплоперенос в снеге можно описать системой уравнений [1, с. 144]

$$\rho_b \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial q_b}{\partial y} = -\Psi_{л-в}; \quad (1)$$

$$c_{с-эф} \frac{\partial T}{\partial t} + q_b \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial D_{с-эф}}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} = L_t * \Psi_{л-в}; \quad (2)$$

$$\rho_l \frac{\partial L}{\partial t} = \Psi_{л-в}; \quad (3)$$

$$q_b / \rho_b = -K_c * \left( \frac{\partial \varphi_c}{\partial y} - 1 \right). \quad (4)$$

Здесь  $y$  — вертикальная координата;  $t$  — время;  $T$  — температура;  $\theta = \Delta V_b / \Delta V$  — влажность;

$L = \Delta V_l / \Delta V$  — льдистость;  $\Delta V$  — элементарный

объем;  $\Delta V_b$  — объем воды в  $\Delta V$ ;  $\Delta V_l$  — объем льда в  $\Delta V$ ; пористость снега  $P_c = 1 - L$ ;  $\theta + L + P_c = 1$ ;  $q_b(y, t)$  — удельный вертикальный расход воды в снеге;  $D_{с-эф}$  — коэффициент теплопроводности снега,  $D_{с-эф} = a_c * L^2$ , ( $a_c$  — эмпирический коэффициент);  $c_{с-эф} = \rho_l * c_l * L + \rho_b * c_b * \theta$  — эффективная теплоемкость;  $L_t$  — удельная теплота образования льда;  $\varphi_c$  — капиллярно-сорбционный потенциал воды в снеге.

Гидравлическая проводимость снега  $K_c$  рассчитывается по формуле

$$K_c = K_{с0} * S^3.$$

Здесь  $S = \frac{\theta - \theta_c}{P_c - \theta_c}$  — относительная насыщенность

снега;  $\theta_c$  — водоудерживающая способность снега;  $K_{с0}$  — гидравлическая проводимость снега при полном насыщении водой. В соответствии с [1, с. 145]

принимается  $\frac{\partial \varphi_c}{\partial y} \ll 1$ .

Система (1)–(4) после соответствующей модификации решалась в подвижной системе координат  $(\varepsilon, t)$   $y = H_s(t) * \varepsilon$ ,  $\varepsilon \in [0, 1]$ ,  $H_s(t)$  — толщина снега, зависящая от времени. На границе «грунт — снег» ставилось условие  $T(t, 0) = T_0 = 0$ . На поверхности снега задавались поток тепла и условие Стефана (при таянии льда).

По модели снеготаяния рассчитывается удельный талый сток на водосборе  $q_s(t) = q_b(t, y=0)$  (см. уравнение (4)) по имеющимся суточным метеоданным (осадки, ветер, температура воздуха, давление, влажность воздуха, облачность).

В комбинации с моделью снеготаяния в качестве первого приближения используется простая модель трансформации стока (для небольших водосборов), состоящего из двух компонентов: поверхностный и почвенный. Поверхностный сток рассчитывается по площади  $S$  водосбора  $R_1$  (рис. 1) с использованием концепции «времени добегания» для поверхностного стока.

Исходная расчетная область  $R_1$  формально заменяется на прямоугольник  $R_2$  с сохранением площади  $S$  и длины реки  $L$  (рис. 1), средняя ширина водосбора

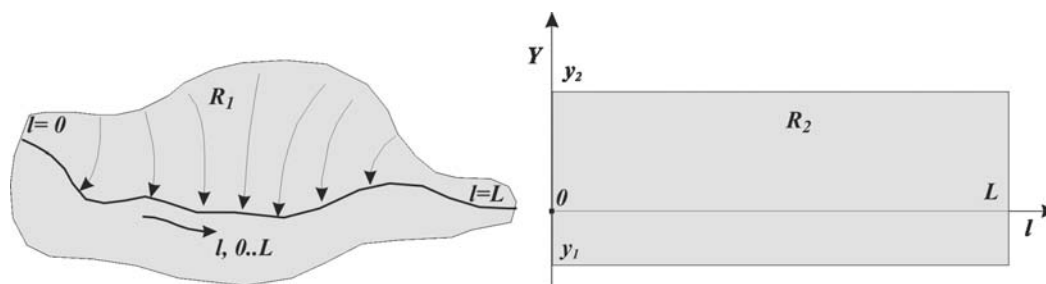


Рис. 1. Расчетная область водосбора

$B = (y_2 - y_1) = S/L$ . Стеkanie воды со склонов в реку рассчитывается на основе уравнения неразрывности [1, с. 18]

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(UH)}{\partial y} = q_s, \quad U = const. \quad (5)$$

Здесь  $U$  — скорость стекания воды по водосбору;  $H$  — толщина слоя стекающей воды;  $q_s$  — источник член;  $q = UH$  — удельный на длину реки расход воды.

Уравнение (5) имеет решение вида [2, с. 335]:

$$q_{(y=0,t)} = \sum_{k=1,2} U * \int_0^{Ta,k} q_{s(t-\tau)} * d\tau, \quad Ta_k = \frac{y_k}{U}. \quad (6)$$

Для расчета транспорта воды по реке к устью используется аналогичный подход (по координате « $l$ »).

Скорость добегания « $U$ » является параметром и определяется по критерию наилучшего совпадения, рассчитанного и измеренного гидрографом.

Инфильтрация в грунт определяется подбором величины расхода инфильтрации. Трансформация почвенного стока формально моделируется (симуляция экспоненциального вида затухающей части гидрографа) простым дифференциальным уравнением для толщины почвенного стока  $H$  вида:

$$\frac{\partial H_g}{\partial t} = q_{in} - \alpha * H_g. \quad (7)$$

Здесь  $q_{in}$  — расход инфильтрации;  $\alpha$  — подбираемый коэффициент;  $q_g = \alpha * (y_2 - y_1) * H_g$  — удельный на длину реки расход почвенного стока;  $q_\Sigma = q + q_g$  — удельный на длину реки суммарный расход (поверхностный и почвенный).

По аналогии с (5)–(6) для расчета расхода воды в устье реки используется уравнение

$$q_{pr(t)} = U_r * \int_0^{Ta} q_{\Sigma(t-\tau)} * d\tau, \quad Ta = \frac{L}{U_r}. \quad (8)$$

Здесь  $U_r$  — скорость течения реки.

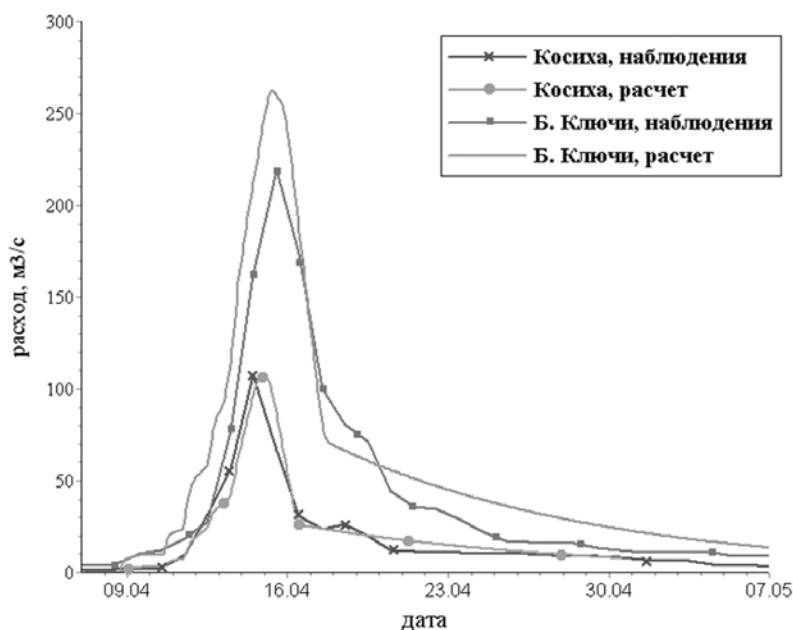


Рис. 2. Гидрографы по двум гидропостам для р. Лосихи (1988 г.)

Эта упрощенная модель водосбора была использована для расчета боковой приточности в период снеготаяния на участках р. Оби, не входящих в зону учета существующих гидропостов. По этой модели на рисунке 2 представлены результаты расчета гидрографа за 1988 г. по двум гидропостам для р. Лосихи (приток р. Оби).

Гидрологический режим непосредственно Оби и ее крупных притоков рассчитывается на основе одномерной нестационарной модели «мелкой воды» для системы русел [3, с. 74]:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q; \quad (9)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{\omega} \right) + g\omega \left( \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{Q|Q|}{K^2} \right) = 0. \quad (10)$$

Здесь  $\omega$  — площадь поперечного сечения потока;  $Q$  — расход воды;  $q$  — удельный (приходящийся на единицу длины русла) боковой приток воды;  $z$  — ордината поверхности потока;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $x$  — продольная координата;  $t$  — время;  $K$  — модуль расхода,  $K = \omega C \sqrt{R}$ ;  $R = w/\chi$  — гидравлический радиус;  $\chi$  — смоченный периметр;

$C = 1/n R^{1/6}$  — коэффициент Шези.

При моделировании гидравлического режима одностороннего участка реки граничные и начальные условия для уравнений (9)–(10) можно записать в виде [4, с. 126]:

$$\text{при } x = 0 \quad Q = Q(t) \text{ или } z = z(t); \quad (11)$$

$$\text{при } x = L \quad Q = Q(z) \text{ или } z = z(t), \text{ или } Q = Q(t); \quad (12)$$

$$\text{при } t = 0 \quad Q = Q(x), \quad \omega = \omega(x). \quad (13)$$

Здесь  $Q = Q(z)$  — кривая связи.

В соответствии с вышеизложенной концепцией модели талого водосбора при наличии малого притока уравнения (8) и (9) решаются совместно, т. е.

$$q(t, x) = q_{pr}(t, x). \quad (14)$$

В разветвленных системах открытых русел во внутренних точках (точки слияния русел) ставятся условия сопряжения, выражающиеся в равенстве нулю суммы втекающих  $Q_{in}$  и вытекающих  $Q_{out}$  расходов и равенстве уровней свободной поверхности (как один из вариантов условий сопряжения):

$$\Sigma Q_{in, i} = \Sigma Q_{out, k}, \quad i = 1 \dots i_j, \quad k = 1 \dots k_j; \quad Z_n = Z_n^*, \quad \text{для каждого } n = 1 \dots (i_j + k_j). \quad (15)$$

Здесь  $i_j$  — число входящих участков;  $k_j$  — число выходящих участков.

Схематизация расчетной области для системы (9)–(10) представлена на рисунке 3. В отмеченных створах (кружками) у населенных пунктов задавались расходы по данным водпостов. В замыкающем створе с. Малышево использовано условие свободного протекания.

Талый сток по модели (1)–(8) учитывался только для правого берега р. Оби от г. Бийска до р. Чумыша. На рисунке 4 представлены измеренный гидрограф и результаты расчета гидрографа в районе Барнаула для 1988 г. с учетом модели боковой приточности в период снеготаяния и без нее. В целом совпадение расчетных и натурных данных по расходу удовлетвори-

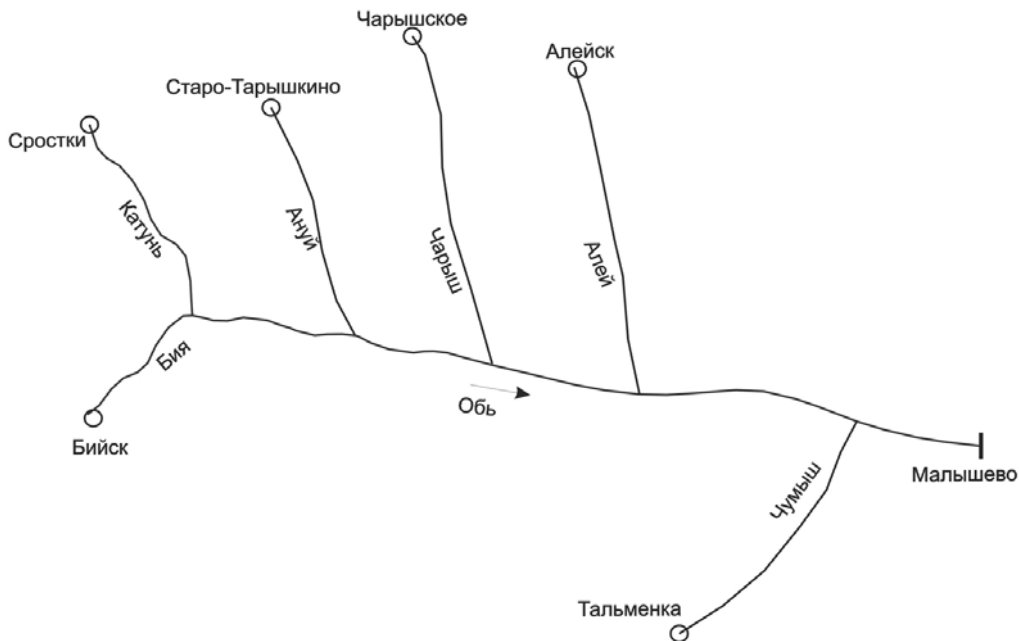


Рис. 3. Схематизация расчетной области

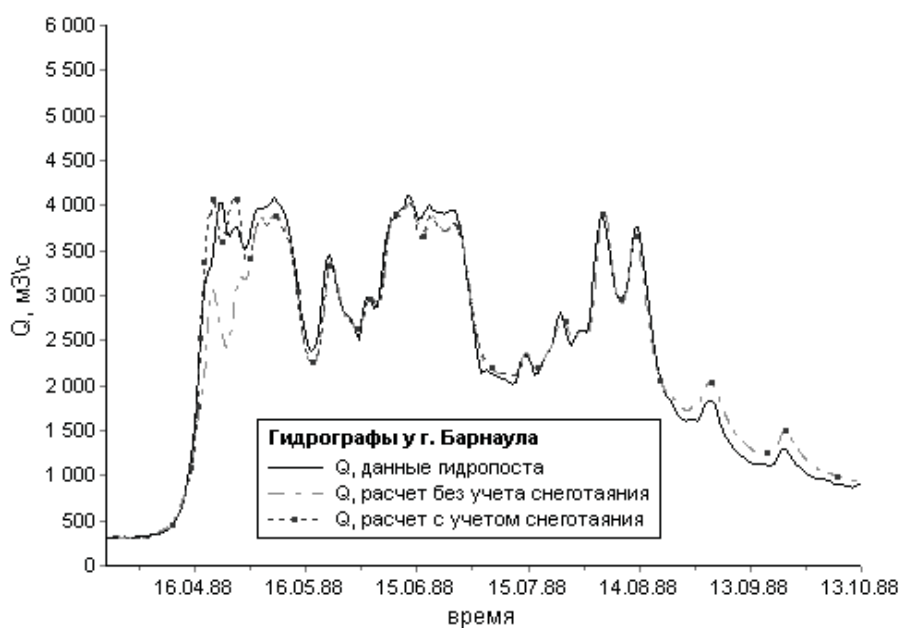


Рис. 4. Динамика расхода воды

тельное. Исключение составляет период интенсивного снеготаяния с 15.04 по 01.05 (без учета талого стока максимальная погрешность — до 35%). Очевидно, что учет модели боковой приточности позволяет более точно рассчитать расход воды в р. Оби в период интенсивного снеготаяния с 15.04 по 01.05.

Использование модели снеготаяния при расчете боковой приточности представляется перспективным

и позволяет улучшить точность расчета прохождения волны паводка в верхнем течении р. Оби в период снеготаяния. Рассчитанные параметры речного потока могут использоваться для решения различных водно-экологических задач, в частности, для определения границ зон затопления при расходах различной обеспеченности и целей краткосрочного прогноза гидрологического стока.

### Библиографический список

1. Кучмент Л. С., Демидов В. Н., Мотовилов Ю. Г. Формирование речного стока. — М., 1983.
2. Калиткин Н. Н. Численные методы. — М., 1978.
3. Васильев О. Ф., Воеводин А. Ф. Математическое моделирование качества воды в системах открытых русел // Динамика сплошной среды. — Вып. 2. — Новосибирск, 1975.
4. Атавин А. А., Зиновьев А. Т., Кудишин А. В. Ледотермический режим нижнего бьефа Новосибирского гидроузла // Водные ресурсы. — 2014. — Т. 41, № 2.